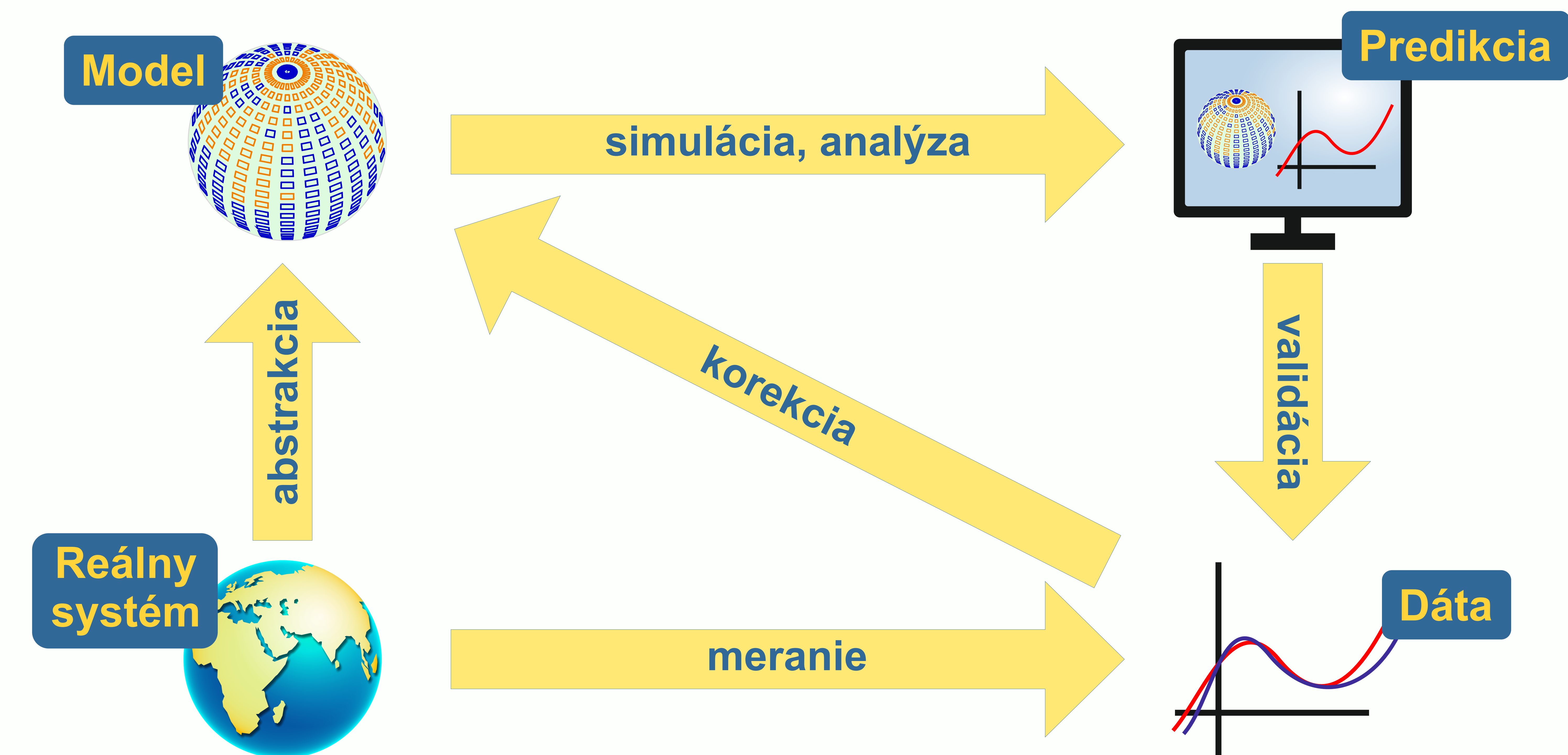


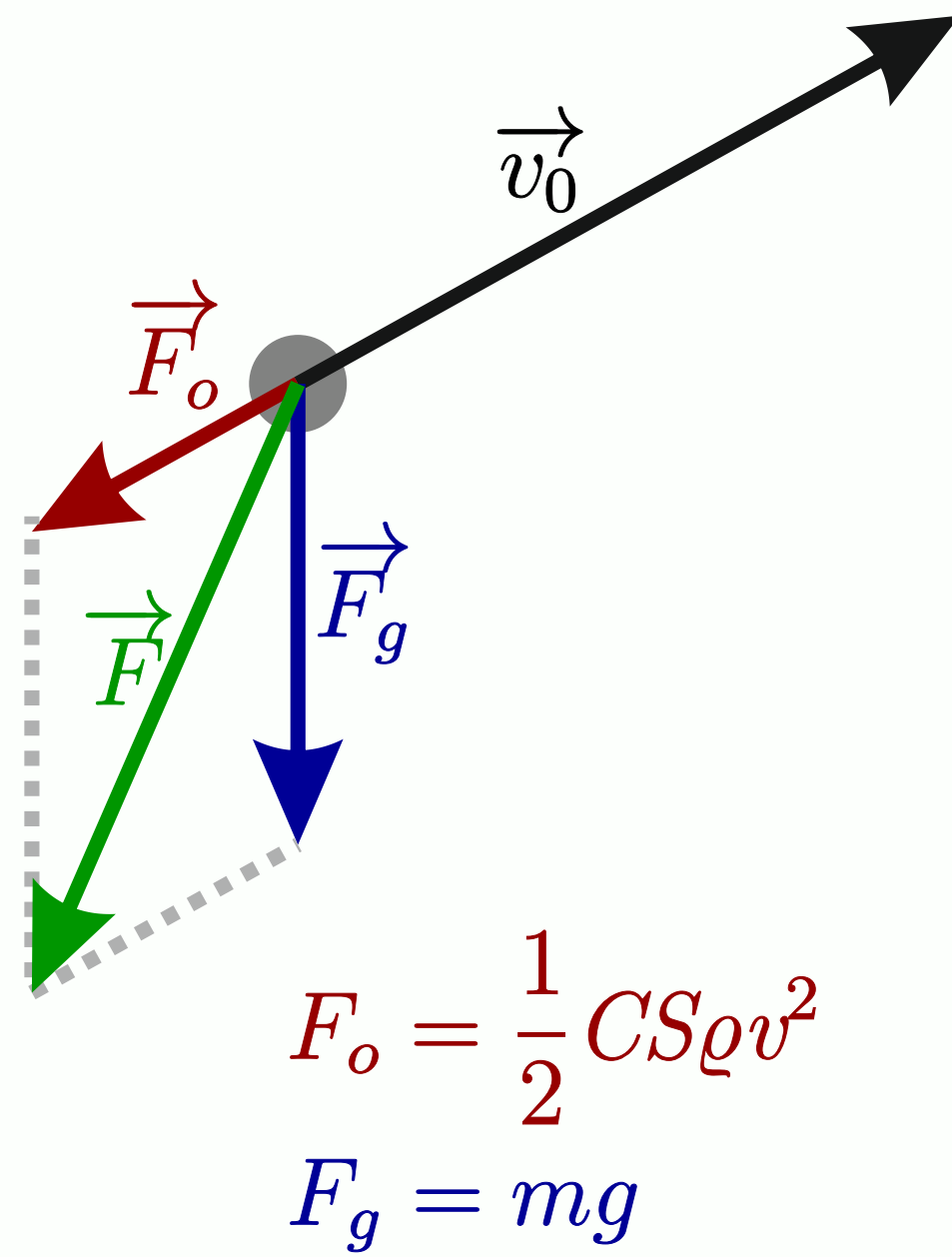
Modely, simulácie, programovanie



Problémová situácia: Ako dostreliť z pušky čo najďalej? Je uhol 45° najlepší?

Reálny systém

Strela je vymrštená určitou rýchlosťou a pod určitým uhlom.
Na jej trajektóriu vplyva: samotná strela (hmotnosť, tvar, rotácia ...),
prostredie (gravitácia, odpor prostredia, vzdušné prúdy ...)



Abstrakcia

Ktoré faktory vplyvajúce na trajektóriu strely môžeme zanedbať a ktoré nie?
Ako reprezentovať stav letiacej strely? Podľa akých pravidiel meniť tento stav?

Model

Predpokladajme guľovú strelu a zanedbajme jej rotáciu, prúdenia v prostredí ...
Uvažujme: dvojrozmernú trajektóriu: vodorovná (os x) a zvislá (os y) vzdialenosť strely od štartu,
dve sily pôsobiace na letiacu strelu:
tiažová sila F_g – jej smer je kolmo dole a rýchlosť strely sa jej vplyvom bude zvyšovať smerom zvislo dole,
odporová sila F_o – jej smer je opačný ako smer strely a rýchlosť strely sa jej vplyvom bude znižovať.

Aktuálny stav strely reprezentujeme jej aktuálnym vektorom zrýchlenia, jej aktuálnym vektorom rýchlosti a jej aktuálnou pozíciou.

Pohyb strely rozdelíme do malých časových úsekov, pričom v každom úseku pohyb aproximujeme ako rovnomerne zrýchlený priamočiary pohyb. Pre každý úsek vypočítajme aktuálny vektor zrýchlenia, aktuálnu rýchlosť a aktuálnu pozíciu strely.

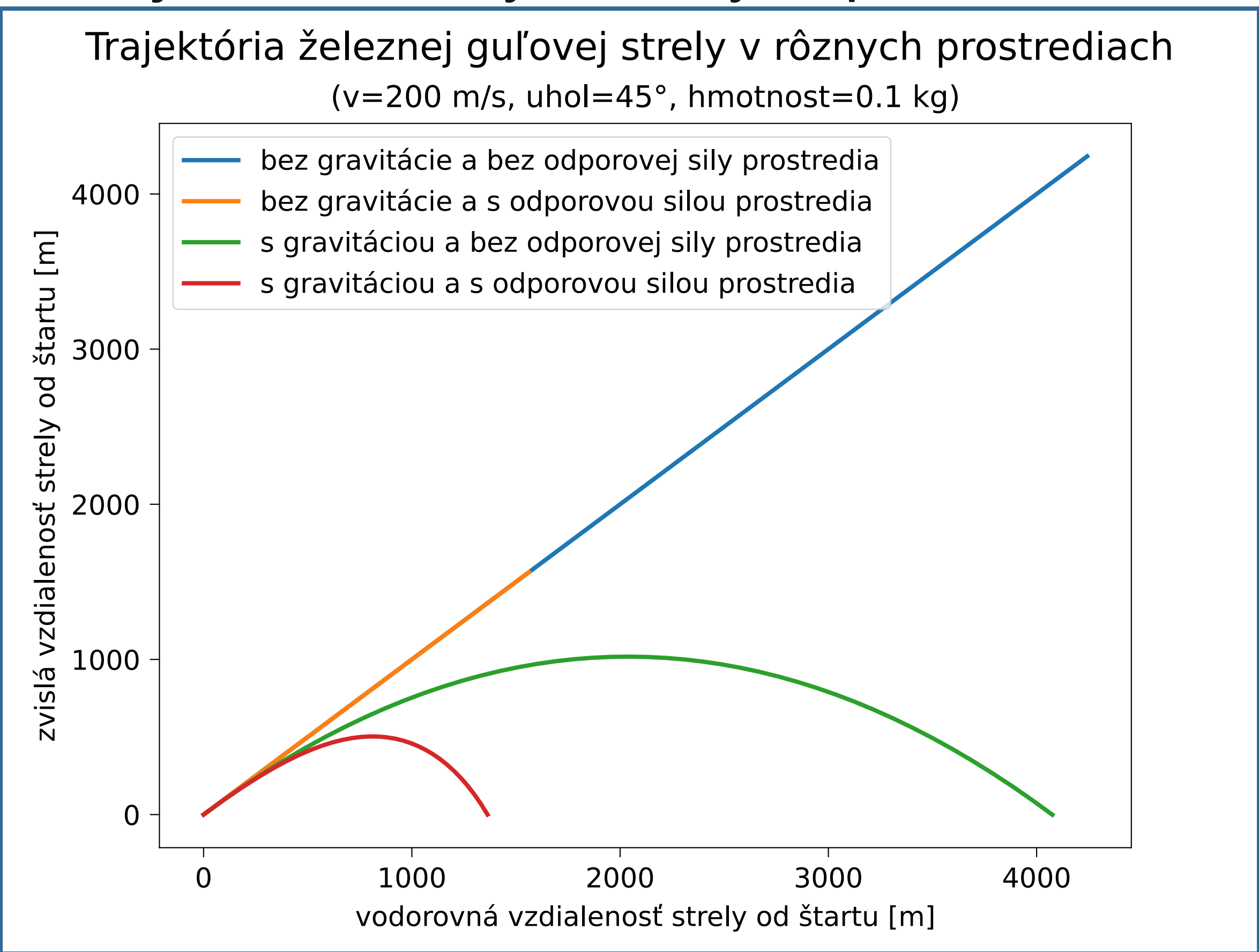
Implementácia

Implementácia modelu v jazyku Python

```
def balisticka_krivka(v, uhol, hmotnost, koeficient_aerodynamického_odporu, g):  
    """Simulácia trajektórie strely - železnej guľe"""  
    objem_gule = hmotnost / 7874 # hustota železa = 7874 kg / m**3  
    polomer_gule = (objem_gule * 3 / (math.pi * 4)) ** (1/3)  
    S = math.pi * polomer_gule ** 2 # čelný prierez strely # m**2  
    rho = 1.2 # hustota vzduchu [kg/m**3]  
    x = 0 # x-ová súradnica štartovacej pozície  
    y = 0 # y-ová súradnica štartovacej pozície  
    interval = 0.01 # časový interval úsekov [s]  
    cas_celkom = 30 # celkový čas [s]  
    cas = 0 # aktuálny čas [s]  
  
    data_x = [x] # x-ové súradnice bodov trajektórie  
    data_y = [y] # y-ové súradnice bodov trajektórie  
    v_x = v * math.cos(math.radians(uhol)) # x-ová zložka rýchlosti  
    v_y = v * math.sin(math.radians(uhol)) # y-ová zložka rýchlosti  
  
    while y >= 0 and cas <= cas_celkom:  
        Fg_y = -hmotnost * g  
        Fo_x = -(0.5 * koeficient_aerodynamického_odporu * S * v_x) * v_x  
        Fo_y = -(0.5 * koeficient_aerodynamického_odporu * S * v_y) * v_y  
        Fx = Fg_x + Fo_x # x-ová zložka výslednej sily  
        Fy = Fg_y + Fo_y # y-ová zložka výslednej sily  
        ax = Fx / hmotnost # x-ová zložka zrýchlenia  
        ay = Fy / hmotnost # y-ová zložka zrýchlenia  
        vx = v_x + ax * interval # x-ová zložka rýchlosti  
        vy = v_y + ay * interval # y-ová zložka rýchlosti  
        v = (vx ** 2 + vy ** 2) ** 0.5 # aktuálna rýchlosť  
        x = x + vx * interval + 0.5 * ax * interval ** 2 # x-ová súradnica pozície  
        y = y + vy * interval + 0.5 * ay * interval ** 2 # y-ová súradnica pozície  
        data_x.append(x)  
        data_y.append(y)  
        cas = cas + interval  
    return data_x, data_y
```

Simulácia

Trajektória strely v rôznych prostrediach

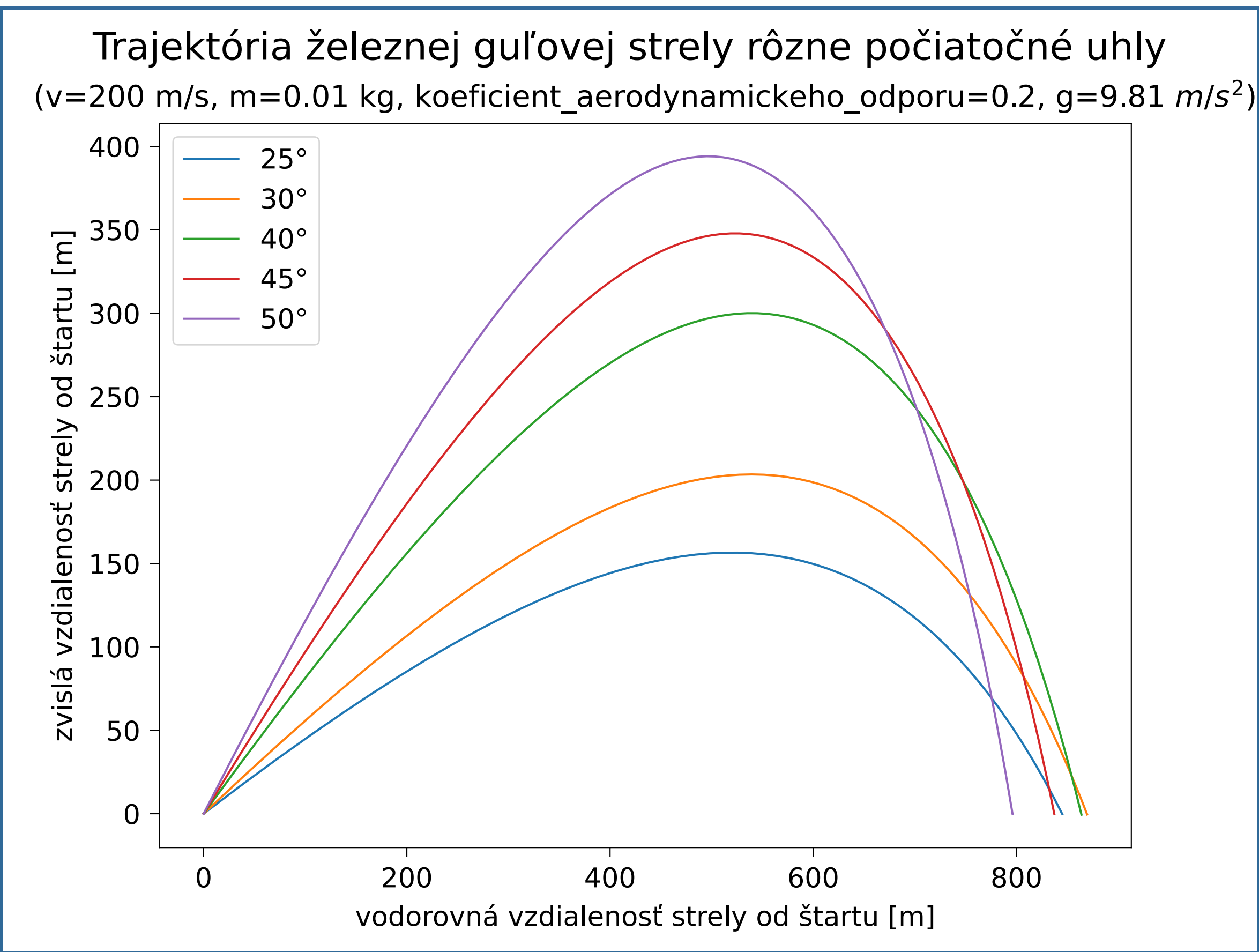
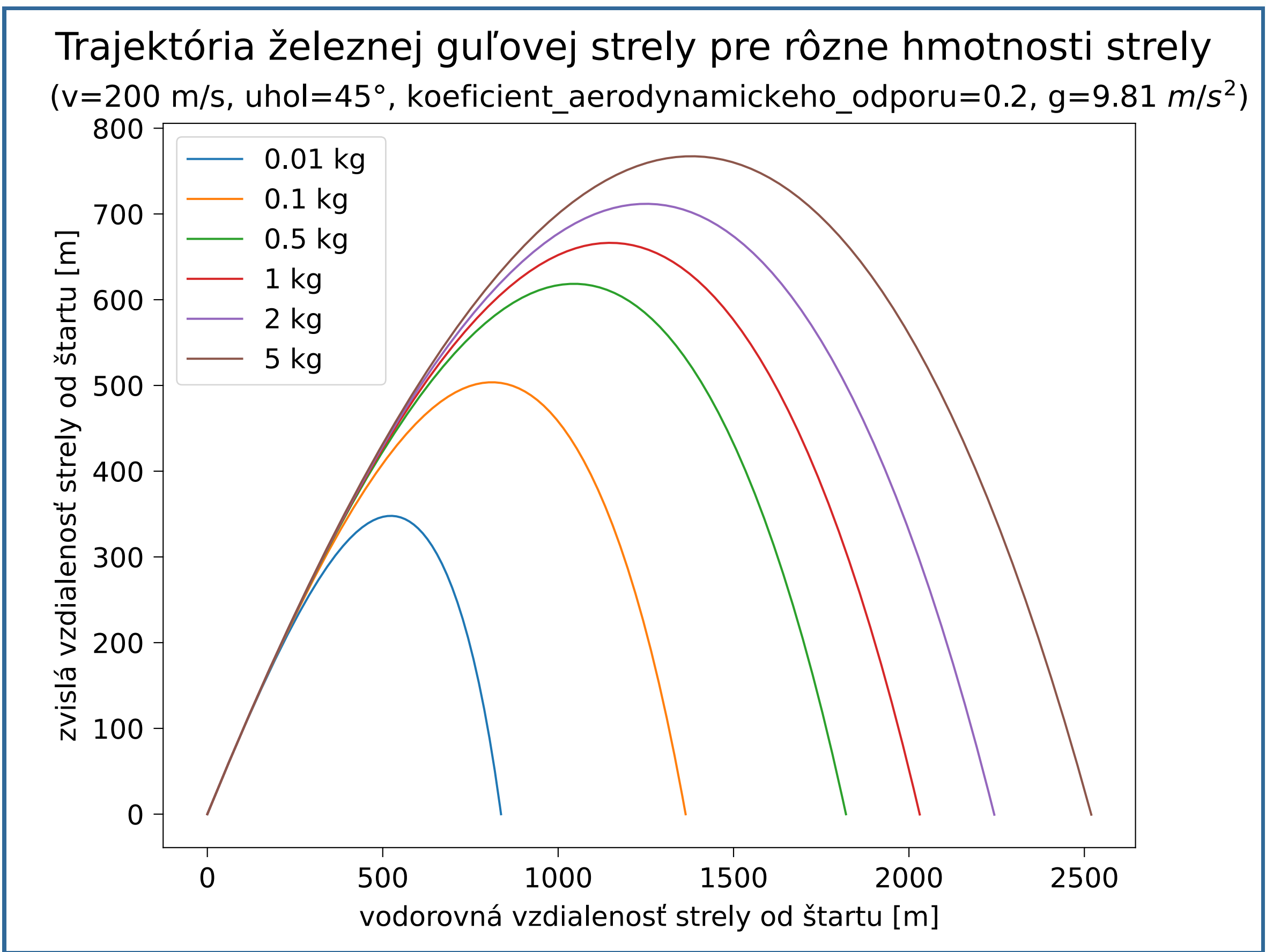


Predikcia, reálne dáta, validácia, korekcia modelu

Porovnajme dáta získané zo simulácie s reálnymi dátami (tabuľky výrobcov streliva, reálne meranie, iné modely) a realizujeme vhodné korekcie modelu.

Využitie modelu v praxi

Overme hypotézu o maximálnom dostrele pri počiatocnom uhle 45°. Uvažujme prostredie v blízkosti povrchu Zeme.



Záver

Ak uvažujeme vplyv gravitácie a odporu prostredia, tak pri uhle 45° nedosiahneme vždy maximálny dostrel.

Čo môžeme modelovať a s akým cieľom?

- Šírenie epidémie v populácii → následný výber najlepšej ochrany pred nakazením.
- Úspešnosť stratégie pri hre v kasíne → rozhodnutie hrať alebo nehrať v kasíne.
- Šírenie požiaru v krajine → výber vhodných protipožiarnych opatrení.
- Marginalizovanie skupín obyvateľov na základe preferencií majority → vyššia citlivosť na podnety.
- Prognóza vývoja populácie → vhodná sociálna politika.