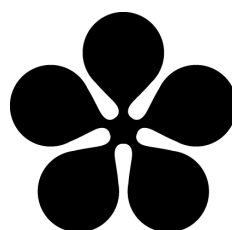


Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích



**Badatelsky orientovaná výuka
matematiky a informatiky
s podporou technologií**

Pavel Pech
Lenka Činčurová
Martin Günzel
Radka Hájková
Roman Hašek
Antonín Hraníček
Martin Kazda
Jiří Kopecký
Michala Kotlasová
Vladimíra Petrášková
Libuše Samková
Tereza Suchopárová
Václav Šimandl
Jiří Vaníček

České Budějovice 2015

Badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky s podporou technologií

Publikace vznikla s podporou grantového projektu GAJU 017/2013/S.

Autorský kolektiv (Pedagogická fakulta JU):

prof. RNDr. Pavel Pech, CSc.
Mgr. Lenka Činčurová
Mgr. Martin Günzel
Mgr. Radka Hájková
Mgr. Roman Hašek, Ph.D.
Bc. Antonín Hraníček
Mgr. Martin Kazda
Mgr. Jiří Kopecký
Mgr. Michala Kotlasová
RNDr. Vladimíra Petrášková, Ph.D.
RNDr. Libuše Samková, Ph.D.
Mgr. Tereza Suchopárová
Mgr. Václav Šimandl
doc. PaedDr. Jiří Vaníček, Ph.D.

Recenzenti:

doc. RNDr. Jaroslav Hora, CSc.
doc. Ing. Ladislav Beránek, CSc. MBA.

Editor: Mgr. Václav Šimandl

© Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta

ISBN 978-80-7394-531-2

Obsah

Předmluva	9
1 Badatelsky orientované vyučování (Libuše Samková)	11
1.1 Úvod	11
1.2 Co to je badatelsky orientované vyučování	14
1.3 Podstata bádání	16
1.4 Bádání a vyučování matematice	19
2 Program GeoGebra v badatelsky orientované výuce matematiky (Roman Hašek a Pavel Pech)	21
2.1 Úvod	21
2.2 Program GeoGebra	22
2.2.1 Prostředí GeoGebry	23
2.3 Závěr	34
3 Badatelsky orientovaný přístup ve výuce programování na 2. stupni ZŠ (Jiří Vaníček)	35
3.1 Úvod	35
3.2 Informatický obsah ve výuce ICT	36
3.2.1 Otázky použití BOV v informatice	38
3.3 Projekt a metoda výzkumu	39
3.3.1 Nasazení prvků BOV při programování herní strategie	41

3.4	Zjištění	43
3.4.1	Přístup a chyby učitelů	44
3.4.2	Jak reagovali žáci	46
3.4.3	Dotazník pro žáky	49
3.5	Závěr	50
4	Projektová výuka ve finančním vzdělávání (Martin Kazda a Vladimíra Petrášková)	52
4.1	Potřeba zvyšování finanční gramotnosti – background studie	53
4.2	Finanční gramotnost žáků středních škol – studie	54
4.2.1	Akční výzkum jako výzkumná metoda	55
4.2.2	Zkoumaný vzorek	56
4.2.3	Projektová výuka	56
4.3	Výsledky a pozorování	68
4.3.1	Výsledky didaktického testu před zahájením projektu	69
4.3.2	Výsledky didaktického testu na konci projektu . . .	71
4.3.3	Další výsledky a pozorování	74
4.3.4	Jak reflektují aktéři (učitel i žáci) realizovanou projektovou výuku?	74
4.3.5	Jaké změny by bylo potřebné v projektové výuce uskutečnit?	74
4.3.6	Jaké posuny v osobnostním i kognitivním rozvoji se u aktérů zaznamenaly?	75
5	Výuka počítačových sítí v prostředí simulačního software metodou BOV (Václav Šimandl)	77
5.1	Úvod	77
5.2	Nástroje pro podporu výuky principů počítačových sítí . . .	78
5.2.1	Hardwarové laboratoře	78
5.2.2	Virtualizované sítě	78
5.2.3	Simulační software	79

5.3	Výuka coby propojení simulačního software a metod BOV	81
5.3.1	Základní principy výuky	81
5.3.2	Role učitele a studenta	85
5.3.3	Pilotní testování výuky	86
5.3.4	Zjištění získaná z pozorování výuky	86
5.3.5	Hodnocení výuky studenty	87
5.4	Závěr	89
6	Simulace náhodných množin (Jiří Kopecký)	90
6.1	Úvod	90
6.2	Simulace bodových procesů	91
6.3	Výběr experimentu	92
6.4	Zasazení do výuky	93
6.5	Závěr	99
7	Vybrané problémy z teorie čísel a modulární aritmetiky v badatelsky orientované výuce matematiky na ZŠ (Lenka Činčurová)	100
7.1	Úvod	100
7.2	Modulární aritmetika ve výuce	102
7.2.1	Vybraný problém uplatňující prvky bádání	104
7.2.2	Použitelný software	107
7.3	Pilotní šetření se žáky základní školy	108
7.4	Závěr	111
8	Vymezování základních pravidel tvorby prezentací s využitím badatelsky orientované výuky (Michala Kotlasová)	113
8.1	Úvod	113
8.2	Význam tvorby elektronických prezentací	114
8.3	Problematika vymezování základních pravidel tvorby prezentací	115
8.4	Zmapování současné výuky tvorby prezentací	115

8.5	BOV v osvojování pravidel prezentací	118
8.6	Design realizovaného výzkumu	121
8.7	Výstupy výzkumu	122
8.8	Závěr	127
9	Výuka kombinatoriky a počtu pravděpodobnosti na základní škole badatelským přístupem (Radka Hájková)	128
9.1	Úvod	128
9.2	Realizace výuky	130
9.3	Ukázky z práce v hodině	134
9.3.1	Průběh výuky	134
9.3.2	Konkrétní ukázka	136
9.4	Poznatky z výuky a rozhovorů	137
9.4.1	Obecné poznatky	137
9.4.2	Poznatky podle dosahovaných výsledků v matematice	138
9.5	Shrnutí	139
10	Tvorba parketází na základní škole (Martin Günzel)	140
10.1	Úvod	140
10.2	Projekt	140
10.2.1	Motivace a příprava	141
10.4.1	Realizace	144
10.5	BOV	146
10.6	Vyhodnocení	147
10.6.1	Úloha učitele	148
10.6.2	Problémy	148
10.7	Závěr	149

11 Kompetence k řešení problémů v BOVM (Tereza Suchopárová)	151
11.1 Úvod	151
11.2 Klíčové (a jiné) kompetence	152
11.3 Kolem dokola	153
11.3.1 Pracovní list	153
11.3.2 Zkušenosti z výuky	153
11.4 Lichoběžník	156
11.4.1 Pracovní list	156
11.4.2 Zkušenosti z výuky	156
11.5 Závěr	161
12 Matematické úlohy pro ZŠ s prvky badatelsky orientované výuky (Antonín Hraníček)	162
12.1 Úvod	162
12.2 Úloha 1. – Zajímavé obrazce	163
12.2.1 Část A	163
12.2.2 Část B	166
12.2.3 Testování části A	168
12.3 Úloha 2. – Plocha rybníku	170
12.4 Úloha 3. – Kolo auta	173
Literatura	174
Rejstřík	191

Předmluva

Předkládáme Vám publikaci Badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky s podporou technologií, která vznikla jako kolektivní dílo autorů v rámci grantového projektu GAJU. Publikace je zároveň reakcí na klesající trend výsledků ve vzdělávání v České republice. Je určena studentům oboru učitelství matematiky a informatiky, učitelům, doktorandům a výzkumným pracovníkům, kteří se zabývají vzděláváním.

Badatelsky orientovanou výuku (BOV), angl. Inquiry Based Education (IBE), můžeme charakterizovat jako způsob vyučování, který klade důraz na aktivní roli žáka. V BOV je činnost učitele a žáka zaměřena na rozvoj znalostí a dovedností na základě samostatného poznávání skutečnosti žákem. Žák se tak učí skutečnost samostatně objevovat, klást otázky a vyvozovat závěry. Učitel nepředává učivo v hotové podobě, ale vytváří znalosti cestou řešení problému systémem vhodně kladených otázek. Učitel je tak více moderátorem vzdělávacího procesu než hlavním zdrojem informací.

Kniha obsahuje celkem 12 kapitol. V úvodní kapitole Badatelsky orientované vyučování jsou popsány základní charakteristiky badatelsky orientované výuky. Nejprve je problém badatelsky orientované výuky popsán obecně, v rámci výuky všech předmětů. Poté je charakterizována badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky.

Další kapitoly jsou zaměřené na konkrétní témata, např.: vybrané problémy z teorie čísel a modulární aritmetiky, tvorba parketází na ZŠ, výuka kombinatoriky a počtu pravděpodobnosti, projektová výuka ve finančním

vzdělávání, užití dynamického software v matematice, simulace náhodných množin, vymezení základních pravidel tvorby prezentací, výuka počítačových sítí v prostředí simulačního software, výuka programování na 2. stupni ZŠ. Konkrétní témata byla formou BOV vyučována autory jednotlivých kapitol na základních a středních školách. Většina témat je doplněna o výzkumnou část - statistické šetření, na jejím základě jsou výsledky výuky vyhodnoceny. Výsledky šetření by měly přispět ke zvýšení úrovně výuky matematiky a informatiky.

Naše poděkování patří recenzentům doc. J. Horovi a doc. L. Beránkovi. Jejich postřehy, připomínky a rady významnou měrou přispěly ke konečné podobě publikace.

V Českých Budějovicích, listopad 2015

Autoři

Kapitola 1

Badatelsky orientované vyučování

1.1 Úvod

S pojmy badatelsky orientované vyučování, badatelsky orientovaná výuka či s jejich zkratkou BOV se v českém vzdělávacím prostředí setkáváme poslední dobou stále častěji. Tato invaze nemá dlouhého trvání – ještě v roce 2006 nebyla na portálu RVP o BOV ani o jeho anglickém ekvivalentu *inquiry-based education* žádná zmínka, dokonce ani v příspěvku „Trendy v přírodovědném vzdělávání“ [1].

Na portálu RVP se první zmínka o BOV objevuje o 2 roky později: nejprve formou zmínky o tzv. badatelsky orientovaných pedagogických metodách a o inquiry-based science education v příspěvku „Inovace přírodovědného vzdělávání z evropského pohledu“ [2], s odkazem na právě probíhající evropský projekt POLLEN (2006–2009, podpora inovací přírodovědného vzdělávání spočívající v šíření BOV) a na německý národní projekt SINUS TRANSFER (2003–2009, program pro zvýšení efektivity matematického a přírodovědného vzdělávání).

V navazujících příspěvcích s podrobnými informacemi o těchto projektech [3], [4] se poprvé objevuje i termín badatelsky orientovaná výuka.

Nicméně tyto příspěvky zůstaly delší dobu osamoceny a ještě v roce 2010 Papáček [5, s. 41] konstatoval, že termíny inquiry ani badatelsky orientované vyučování se v českém vzdělávacím prostředí zatím plošněji neužívají, a představil BOV jako směr, který by mohl v budoucnosti vyřešit krizi přírodovědného vzdělávání. Papáčekův článek je také první vlaštovkou indikující, že evropské projekty financované prostřednictvím *Sedmého rámcového programu pro výzkum a vývoj* zaměřené na BOV se rozšířily i na české území:

- v roce 2009 se Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích stala českým partnerem v projektu S-TEAM (2009–2011), zaměřeném na nové metody v přírodovědném vzdělávání; více na s-teamproject.eu
- v roce 2010 se Matematicko-fyzikální fakulta a Přírodovědecká fakulta Univerzity Karlovy v Praze staly českým partnerem v projektu ESTABLISH (2010–2014), zaměřeném na šíření badatelsky orientované výuky přírodovědných předmětů na 2. stupni ZŠ; více na www.establish-fp7.eu
- v roce 2011 se Pedagogická fakulta Univerzity J. E. Purkyně v Ústí nad Labem stala českým partnerem v projektu PRI-SCI-NET (2011–2014), zaměřeném na šíření badatelsky orientované výuky přírodovědných předmětů a jejich propedeutik v předškolním vzdělávání a na 1. stupni ZŠ; více na www.prisci.net
- v roce 2011 se Pedagogická fakulta Masarykovy univerzity v Brně stala českým partnerem v projektu PROFILES (2011–2014), zaměřeném na badatelsky orientované přírodovědné vzdělávání učitelů; více na www.profiles-project.eu

Vliv na české vzdělávací prostředí měla také účast Slovenska v projektu POLLEN (2006–2009, PF TU Trnava, člen pozorovatel).

Výše uvedený výčet ukazuje, že první badatelsky zaměřené projekty se věnovaly hlavně přírodovědnému vzdělávání. S postupujícím časem se začaly objevovat i evropské projekty Sedmého rámcového programu kombinující přírodovědné předměty a matematiku. Nejdříve opět na Slovensku – Fakulta přírodních věd Univerzity Konštantína Filozofa v Nitre se stala partnerem v projektu PRIMAS (2010-2013; www.primas-project.eu), zaměřeném na podporu šíření BOV a přípravu metodických materiálů pro výuku matematiky a přírodovědných předmětů. V následujících letech se tyto kombinované projekty objevily i u nás:

- v roce 2011 se Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích přidružila jako partner do již probíhajícího projektu FIBONACCI (2010-2013, v ČR od září 2011), zaměřeného na šíření badatelsky orientovaného přírodovědného a matematického vzdělávání; více na www.fibonacci-project.eu
- v roce 2013 se Pedagogická fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích stala českým partnerem v projektu ASSIST-ME (2013–2016), zaměřeném na hodnocení badatelsky orientovaných aktivit v přírodovědném, technickém a matematickém vzdělávání; více na assistme.ku.dk
- v roce 2013 se Přírodovědecká fakulta Univerzity Hradec Králové stala partnerem v projektu MaSciL (2013–2016), zaměřeném na změny ve výuce matematiky a přírodovědných předmětů, které podporují učitele při využívání badatelské metody, a spojení výuky matematiky a přírodovědných předmětů s reálným životem; více na www.mascil-project.eu

Výše uvedené projekty na svých webových stránkách nabízejí mnoho aplikovatelných výstupů, mnoho zdrojů využitelných při BOV: náměty na badatelsky orientované aktivity, vzorové pracovní listy a učební prostředí, metodiky, videa a fotografie z badatelsky orientovaných aktivit, ukázky žákovských řešení, apod.

1.2 Co to je badatelsky orientované vyučování

Badatelsky orientovaným vyučováním rozumíme vyučování založené na tzv. bádání (anglicky *inquiry*). Pojem bádání má dlouhou historii, jedno z prvních vymezení tohoto pojmu se objevuje již na začátku 20. století v pracích amerického filozofa, pedagoga a psychologa Johna Deweye:

Bádání je kontrolovaná nebo řízená transformace neurčité situace v situaci, která je určitá do té míry, nakolik to vyžaduje zařazení prvků původní situace do nějakého jednotného celku. [6, s. 104–5]

Ty neurčité situace mohou být charakterizovány různými pojmenováními. Jsou znepokojivé, svízelné, nejednoznačné, popletené, plné protichůdných tendencí, mlhavé, apod. [6, s. 105]

Proces bádání tak nejlépe probíhá jako souhra známého a neznámého v situacích, které jsou podnětné nebo něčím zajímavé.

V současné době se při vymezení pojmu bádání často odkazuje na americkou publikaci *National Science Education Standards* [7] z roku 1996, podle které bádání zahrnuje činnosti žáků, při kterých rozvíjejí své znalosti a porozumění vědeckým myšlenkám. Konkrétně podle [7, s. 23] bádání zahrnuje:

- pozorování;
- kladení otázek;
- vyhledávání informací v knihách a dalších zdrojích (aby žáci zjistili, co je již známo);
- plánování výzkumu, navrhování postupů zkoumání;
- přezkoumávání toho, co je již známo, na základě experimentálních výsledků;
- využívání nástrojů pro sběr, analýzu a interpretaci dat;

- formulování odpovědí, vysvětlení a předpovědí;
- sdělování závěrů.

Novější verze *National Science Education Standards* [8] z roku 2000 se problematice bádání věnovala podrobněji a rozlišuje dva typy bádání – plné a částečné – podle toho, jakou měrou jsou do něj zapojeni žáci.

Postupem času se objevily i studie, které bádání specifikují ještě důkladněji, například Stuchlíková [9, s. 132] uvádí podle Eastwella [10] čtyři úrovně bádání, odstupňované podle intenzity zapojení žáka do badatelských aktivit:

1. potvrzující bádání – otázka i postup jsou žákům poskytnuty, výsledky jsou známy, jde o to je vlastní praxí ověřit;
2. strukturované bádání – otázku i možný postup sděluje učitel, žáci na tomto základě formulují vysvětlení studovaného jevu;
3. nasměrované bádání – učitel dává výzkumnou otázku, žáci vytvářejí metodický postup a realizují jej;
4. otevřené bádání – žáci si sami kladou otázku, promýšlejí postup, provádějí výzkum a formulují výsledky.

Výše uvedená vymezení bádání sice spadají do rámce přírodovědného vzdělávání, ale jsou univerzálně využitelná i v jiných předmětech, včetně matematiky. První vymezení BOV určená speciálně pro matematiku nabízí publikace projektu FIBONACCI:

Badatelsky orientované vyučování matematiky odkazuje na vzdělávání, které studentům a žákům neprezentuje matematiku jako hotovou strukturu určenou k osvojení. Spíše jim nabízí možnost vyzkoušet si, jak se matematické znalosti tvoří, a to prostřednictvím osobních i kolektivních pokusů odpovědět na otázky objevující se v různých sférách lidské činnosti, od pozorování přírody až po matematiku jako takovou, ... [11, s. 10]

Podobně jako bádání v přírodovědných předmětech, také bádání v matematice začíná otázkou nebo problémem, přičemž odpovědi hledáme pozorováním a zkoumáním; realizujeme mentální, skutečné nebo virtuální experimenty; hledáme další, již dříve řešené a vyřešené zajímavé otázky a problémy, které jsou podobné těm našim; používáme a přizpůsobujeme, je-li to potřeba, známé matematické techniky. Proces bádání je veden nebo vede k hypotetickým odpovědím – domněnkám, které je potřeba ověřit. [12, s. 4]

1.3 Podstata bádání

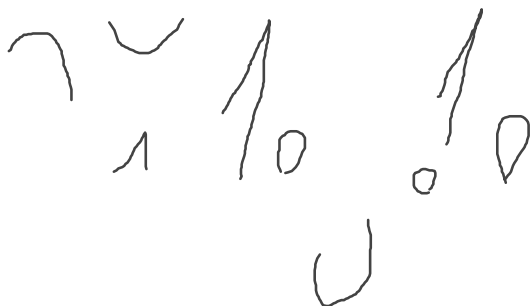
Za základ BOV je považováno pochopení povahy vědy, což podle [13] a [14] spočívá v uvědomění si toho, že vědecké poznatky jsou vždy

- empirické – založené na zkušenostech a pozorováních;
- kreativní – vytvořeny kombinací lidské představivosti a logického uvažování;
- subjektivní – ovlivňované osobou vědce, jeho názory, pracovními návyky, pracovním prostředím, předchozími zkušenostmi, rolí ve vědeckém kolektivu, apod.;
- sociokulturní – ovlivněné společností a kulturou, ve které je prováděn výzkum;
- provizorní – kdykoliv je mohou změnit nové zkušenosti, nová pozorování nebo nové interpretace předchozích zkušeností a pozorování.

Důležitou součástí pochopení povahy vědy je také přijetí faktu, že ve vědě neexistuje žádný univerzální postup – vědecká metoda, která by spolehlivě vedla k získání nových vědeckých poznatků.

K vytvoření správné představy o povaze vědy je možno využít podnětů z knihy [15], hlavně z kapitoly [16]. Volnou variací na zde uvedenou aktivitu Děrovaný obrázek (str. 91–95) je úloha z obrázku 1.1:

Na tabuli ve třídě bylo cosi napsáno, ale o přestávce děti část nápisu smazaly. Co bylo původně na tabuli?



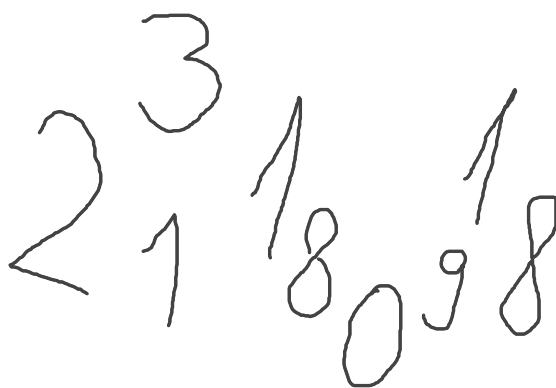
Obr. 1.1: Variace na aktivitu Děrovaný obrázek – zadání úlohy

Hledání řešení takové úlohy se velmi podobá hledání nových vědeckých poznatků. Svou roli při hledání řešení hrají předchozí zkušenosti s podobnými úkoly, představivost, subjektivní zkušenosti řešitele, apod. Důležité mohou být i zkušenosti zcela nedávné: velký vliv na řešení může mít například fakt, jestli řešitel měl poslední hodinu matematiku nebo češtinu, tedy jestli má tendenci uvažovat spíše v číslech nebo v písmenkách. Dvě takto ovlivněná, zcela odlišná, ale přesto správná řešení uvádí obrázky 1.2 a 1.3.

Bádání podobně jako vědecké bádání může mít základ buď praktický (potřebuji vyřešit nějaký praktický problém), nebo teoretický (vidím zajímavé teoretické souvislosti, zajímá mě, kam mě dovedou, co z nich vyplyne). V tom prvním případě badatel vidí cíl, ale neví, jestli k němu vede cesta, ani jak tato cesta vypadá. Ve druhém případě badatel vidí cestu, ale neví, jestli vede k nějakému cíli, ani jak ten cíl vypadá.



Obr. 1.2: Variace na aktivitu Děrovaný obrázek – písmenná interpretace



Obr. 1.3: Variace na aktivitu Děrovaný obrázek – číselná interpretace

Podle Arnolda [17] zkušenosti z minulých století ukazují, že matematika se nerozvíjí díky technickému pokroku (přestože snahám o praktické využití matematiky a přispění k technickému pokroku věnují matematici většinu svého času a úsilí), ale spíše díky objevům neočekávaných vztahů mezi různými oblastmi matematiky (které však byly objeveny právě díky neúspěšným snahám o technický pokrok).

Svou cenu tak má jak bádání s praktickým podtextem, tak i bádání s podtextem teoretickým.

1.4 Bádání a vyučování matematice

Na základě předchozího textu lze bádání zjednodušeně charakterizovat jako souhrn činností, při kterých

- hledáme;
- pozorujeme;
- porovnáváme;
- dedukujeme;
- nabízíme hypotézy;
- snažíme se je ověřit;
- nemusíme dojít k žádnému konečnému závěru;
- závěry záleží na našem momentálním rozhledu;
- různí badatelé mohou dojít k různým závěrům;
- různí badatelé mohou stejná fakta interpretovat různě. (srov. [18])

V matematickém vzdělávání můžeme identifikovat mnoho teoretických rámců, které s BOV více či méně souvisí. Hlavně se jedná o tyto rámce:

- učení řešením úloh a problémů;
- teorie didaktických situací;
- realistické matematické vzdělávání;
- matematické modelování;
- uchopování situací;
- tvoření úloh (*problem posing*);

- projektová metoda;
- podnětná výuková prostředí a budování schémat;
- konstruktivistické přístupy k vyučování.

Více podrobností o těchto teoretických rámcích a o jejich souvislostech s BOV naleznete v přehledové studii [19].

V neposlední řadě je nutno konstatovat, že BOV je v souladu s RVP, podporuje rozvoj řady klíčových kompetencí a přispívá k posílení mezioborových vztahů. Jak v RVP pro základní vzdělávání, tak i v RVP pro gymnázia jsou myšlenky blízké BOV obsaženy již v úvodním oddílu *Charakteristika vzdělávací oblasti*:

Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou *Nestandardní aplikační úlohy a problémy*, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. Tyto úlohy by měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání. Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy. [20, s. 29]

Matematické vzdělávání napomáhá rozvoji abstraktního a analytického myšlení, rozvíjí logické usuzování, učí srozumitelné a věcné argumentaci s cílem najít spíše objektivní pravdu než uhájit vlastní názor. Těžiště výuky spočívá v osvojení schopnosti formulace problému a strategie jeho řešení, v aktivním ovládnutí matematických nástrojů a dovedností, v pěstování schopnosti aplikace. Matematika přispívá k tomu, aby žáci byli schopni hodnotit správnost postupu při odvozování tvrzení a odhalovat klamné závěry.

Během studia žáci objevují, že matematika nachází uplatnění v mnoha oborech lidské činnosti (např. v ekonomii, technice, ale i ve společenských vědách), že je ovlivňována vnějšími podněty (například z oblasti přírodních věd) ... [21, s. 22]

Kapitola 2

Program GeoGebra v badatelsky orientované výuce matematiky

2.1 Úvod

Spektrum možností využití počítače ve výuce matematiky je široké. Vybaven vhodnými programy, může počítač napomoci zorganizovat výuku, usnadnit přístup k informacím i jejich následné zpracování a může se stát nástrojem pro efektivní realizaci výpočtů a vytváření dokonalých a navíc dynamických obrázků a grafů [22]. Počítač ale může být také významným nástrojem objevování a dokazování matematické podstaty rozličných jevů, s kterými se setkáme ve výuce matematiky i ve svém okolí [23], [24], [25], [26]. Tím se stává důležitým prostředkem badatelsky orientované výuky matematiky. Významným faktorem jeho efektivního využití je programové vybavení. Domácí i zahraniční studie [27], stejně jako poznatky autorů [28], [29], [30], poukazují na vhodnost programu GeoGebra pro výuku matematiky na všech stupních vzdělávání. Cílem této kapitoly je na konkrétních příkladech, které jsou používány v přípravě učitelů na Pedagogické fakultě

Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, představit vybraná prostředí a nástroje tohoto programu a jejich možné použití při badatelsky zaměřených aktivitách v hodinách matematiky. Některé z uvedených příkladů vycházejí z textu článku [31].

2.2 Program GeoGebra

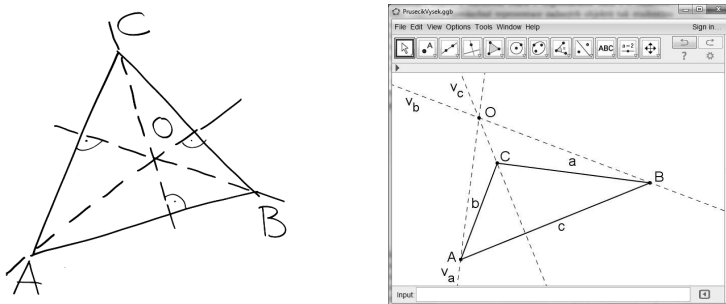
GeoGebra je open-source program, který se za více než deset let své existence stal jedním ze světově nejrozšířenějších programů pro podporu výuky a studia matematiky. Ve své aktuální verzi „5.0“ nabízí uživateli soubor vzájemně propojených prostředí pro dynamickou geometrii v rovině (jmenuje se *Nákresna*) i v prostoru (tzv. *Grafický náhled 3D*), počítačovou algebru (*CAS*) a tabulkový procesor (*Tabulka*). Instalační soubory spolu se všemi potřebnými informacemi najde zájemce na stránce www.geogebra.org. Pro bližší seznámení s obsluhou programu a jeho využitím lze mimo oficiální příručky a nápovědu doporučit publikaci [32]. Připomeňme pouze, že program je dostupný pro všechny rozšířené operační systémy a je možno ho instalovat i na tablety. S programem GeoGebra je spojen i neustále zdokonalovaný systém sdílení vytvořených materiálů, pracující se dvěma formáty dynamických interaktivních souborů. Každý soubor vytvořený v programu se ukládá na disk s příponou „ggb“ a je spustitelný zase jenom v GeoGebře. Kromě uložení souboru v tomto specifickém formátu program nabízí ještě možnost exportu do podoby tzv. „dynamického pracovního listu“, který se ukládá na portálu GeoGebraTube (www.geogebraTube.org). Odtud jej potom můžeme spouštět v libovolném webovém prohlížeči, bez nutnosti instalace GeoGebry. Je věcí naší volby, zda materiál uložený na GeoGebraTube skryjeme nebo učiníme dostupným, buď všem uživatelům, nebo jenom těm, kteří znají jeho unikátní adresu. Materiály uložené na portálu můžeme sdružovat do tzv. GeoGebra Book (GeoGebra kniha), kde je můžeme doplnit doprovodným textem, obrázky a hypertextovými odkazy, viz například [33], [34]. V době psaní tohoto textu bylo na portálu GeoGebraTube ke 240 tisícům volně dostupných materiálů.

2.2.1 Prostředí GeoGebry

Již bylo uvedeno, že GeoGebra 5.0 nabízí uživateli soubor několika pracovních prostředí pro dynamickou geometrii, počítačovou algebru a tabulkový procesor. Tato prostředí jsou vzájemně propojena, takže například objekt zadaný v prostředí *CAS* či v *Tabulce* se, pokud to ovšem jeho typ umožňuje, objeví v náležitém tvaru v *Algebraickém okně* i v *Nákresně*. Tato vlastnost vícenásobné reprezentace zadaných objektů studenty přirozeně vede například k pochopení vztahu mezi geometrií a algebrou nebo k poznání možnosti vyjádření nějaké závislosti jak předpisem, tak i tabulkou a grafem. Při řešení problémů je pak může inspirovat k uplatňování alternativních postupů. V následujících partiích si uvedeme konkrétní příklady využití těchto prostředí a jejich různých kombinací.

Nákresna a CAS

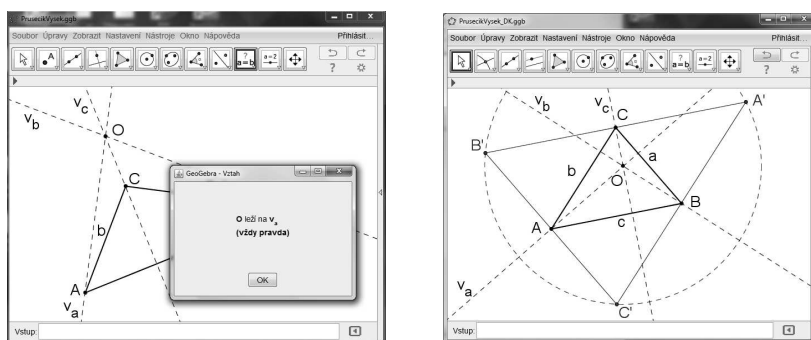
Nákresny (jsou dvě) programu GeoGebra představují prostředí dynamické geometrie v rovině. Přirozeně je využijeme k tvorbě dynamických náčrtků,



Obr. 2.1: Tabule vs. dynamický obrázek

které, jak již bylo řečeno, můžeme exportovat ve formě interaktivních apletů na portál GeoGebraTube. Potom s nimi lze pracovat na počítači, tabletu, mobilním telefonu nebo na interaktivní tabuli. Možnost zkoumat na jednom dynamickém obrázku různé konfigurace zobrazené geometrické situace je oproti náčrtku na papíře nebo na klasické tabuli nespornou výhodou.

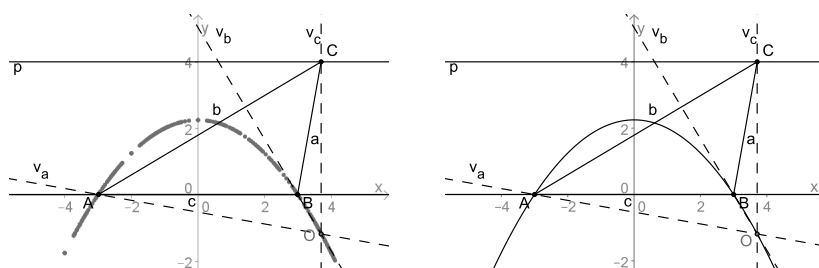
Pomocí dynamického náčrtku se žáci například snadno přesvědčí o tom, že tvrzení o společném průsečíku všech tří výšek trojúhelníku neplatí jenom pro ten trojúhelník, který je nakreslen na tabuli nebo v jejich sešitě, ale platí pro všechny možné trojúhelníky, které jsou schopni vytvořit přemísťováním vrcholů v tomto náčrtku, viz Obr. 2.1. Vizuální evidenci lze završit verifikací obecné platnosti daného tvrzení pomocí nástroje *Vztah mezi objekty*. V našem konkrétním případě se ptáme na vztah mezi průsečíkem O



Obr. 2.2: Ověření tvrzení a jeho důkaz

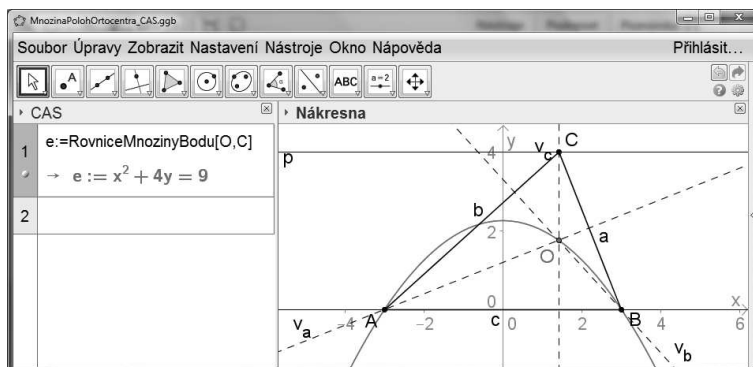
výšek v_b a v_c a třetí výškou v_a . Program GeoGebra nabízí dvě úrovně ověření vztahu daných dvou objektů. Buď se spokojíme s odpovědí založenou na numerickém ověření, nebo požádáme program o další analýzu daného vztahu. V tom případě program aplikuje algoritmy symbolického ověření. V některých případech, a průsečík výšek mezi ně patří, na rozdíl třeba od Simsonovy přímky, je program schopen odpovědět s jistotou, jak vidíme na Obr. 2.2, vlevo. Po tomto ověření platnosti zkoumaného tvrzení pomocí nástrojů programu GeoGebra můžeme dynamický obrázek v *Nákresně* využít k prezentaci geometrického důkazu. Jak vidíme na Obr. 2.2, vpravo, kde je znázorněn důkaz založený na skutečnosti, že průsečík výšek trojúhelníku ABC je zároveň střed kružnice opsané (tj. průsečík os stran) trojúhelníku $A'B'C'$, jehož strany procházejí postupně vrcholy A, B, C , vždy rovnoběžně s příslušnou protilehlou stranou trojúhelníku ABC .

Pojem průsečíku výšek trojúhelníku využijeme k představení dalšího typu úloh, při jejichž řešení lze s pomocí programu GeoGebra uplatnit badatelský přístup. Jedná se o určení množiny bodů dané vlastností. Výsledek takovéto úlohy není většinou hned zřejmý a její úplné vyřešení často vyžaduje celý soubor znalostí z geometrie, algebry i matematické analýzy. Odhalení postupu řešení konvenčními prostředky je mnohdy zdlouhavé. Ukážeme si, že program GeoGebra disponuje nástroji a funkcemi, které nám jednak odhalí podobu hledané množiny, v řadě případů i s její rovnicí, jednak nám usnadní poznání geometrických vztahů, které jsou skryté v zadání úlohy a jejichž znalost je klíčová pro stanovení postupu řešení. Pro ilustraci uvažujme problém nalezení množiny poloh ortocentra trojúhelníku ABC , jestliže se jeho vrchol C pohybuje po přímce p rovnoběžné s AB [35, s. 175]. Podobu hledané množiny můžeme nejprve prozkoumat pomocí volby *Stopa*

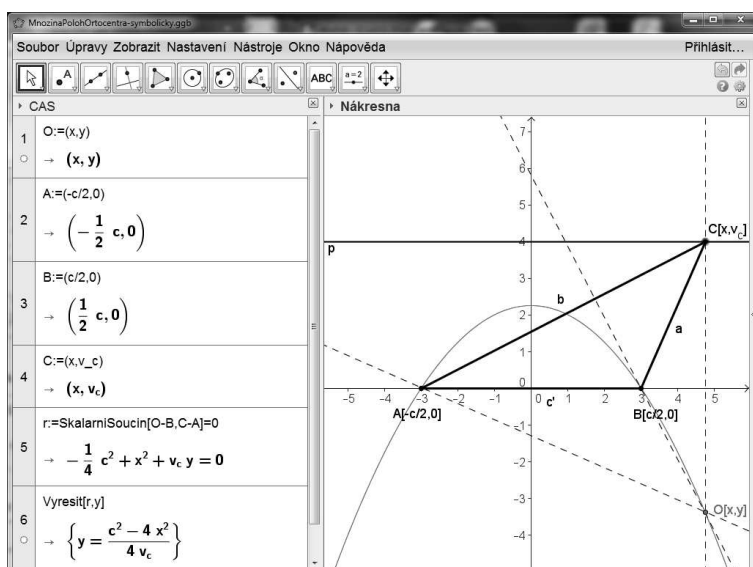


Obr. 2.3: Množina bodů dané vlastností

zapnuta, kterou aktivujeme pro bod O (viz Obr. 2.3, vlevo) výběrem z nabídky zobrazené po pravém kliknutí na O . Numericky spočítanou křivku množiny (viz Obr. 2.3, vpravo) zobrazíme pomocí nástroje *Množina bodů*, který najdeme v nabídce nástrojů pro *Nákresnu*. Alternativou je zadání příkazu `MnozinaBodu[O,C]` do vstupního řádku nebo v prostředí *CAS*. Pro řadu množin bodů dané vlastností je program GeoGebra schopen najít i rovnici. Slouží k tomu příkaz *RovniceMnozinyBodu*, který opět můžeme zadat buď do vstupního řádku, nebo v prostředí *CAS*. Syntaxi příkazu zapsaného v *CAS*, jeho výsledek a zobrazení v *Nákresně* vidíme na Obr. 2.4.



Obr. 2.4: Výpočet rovnice množiny bodů v CAS

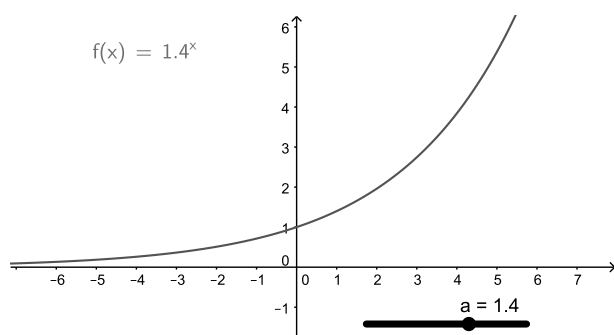


Obr. 2.5: Odvození rovnice množiny bodů v CAS

Pro formování a rozvoj matematického vzdělání je vhodné vést studenty k samostatnému odvození rovnice hledané množiny bodů. Třeba s pomocí počítače, ale vlastním úsilím a postupem. V takovém případě je možné využít prostředí CAS programu GeoGebra jako oporu při symbolických úpravách vedoucích k odvození rovnice. Chceme-li toto prostředí použít spolu s *Nákresnou*, jak ukazuje Obr. 2.5, nesmíme zapomenout na propojení obou prostředí. Objekt, který je umístěn v *Nákresně* má automaticky přiřazenou hodnotu (např. u úsečky je to délka) nebo souřadnice (v případě bodu). Potom ho nemůžeme pod stejným jménem použít v CAS pro symbolické výpočty. Řešíme to tedy odlišným pojmenováním objektů v *Nákresně* a v CAS. Shodu popisu obrázku v *Nákresně* s kódem v CAS, kterou vidíme v Obr. 2.5, zajistíme použitím popisků. Jak ilustruje uvedený obrázek, takto připravený dynamický materiál vyučujícímu významně napomůže při vedení studentů k odvození rovnice uvažované množiny. Další příklady vyšetřování množin bodů daných vlastností v GeoGebře jsou uvedeny v [36], [37] a [38].

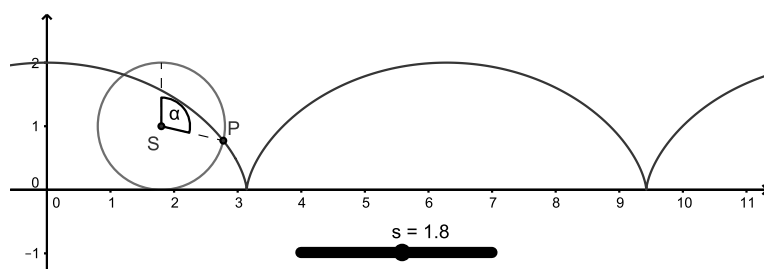
Posuvník

Důležitým nástrojem *Nákresny* pro badatelské aktivity je *Posuvník*. S jeho



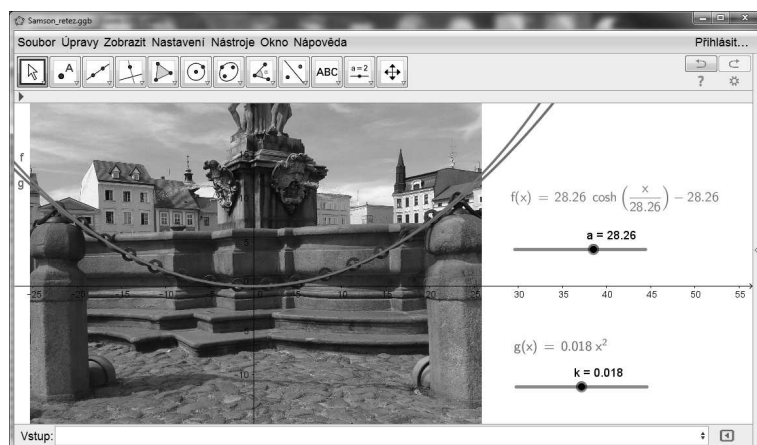
Obr. 2.6: Změna základu exponenciální funkce pomocí posuvníku

pomocí můžeme interaktivně měnit hodnotu vybraného parametru, například základu exponenciální funkce $f(x) = a^x$, jak ilustruje Obr. 2.6. Posuvník lze využít i k animaci dynamického obrázku v *Nákresně*. Stačí u něj ak-



Obr. 2.7: Prostá cykloida

tivovat volbu *Animace zapnuta*. Tak můžeme demonstrovat například vznik prosté cykloidy, která, jak zachycuje Obr. 2.7, je trajektorií bodu (bod P) na obvodu kružnice odvalující se po přímce (osa x). Posuvníkem ovládáme hodnotu parametru s , kterým je x -ová souřadnice středu S , velikost úhlu α je rovna poměru s/r , kde r je poloměr odvalující se kružnice.



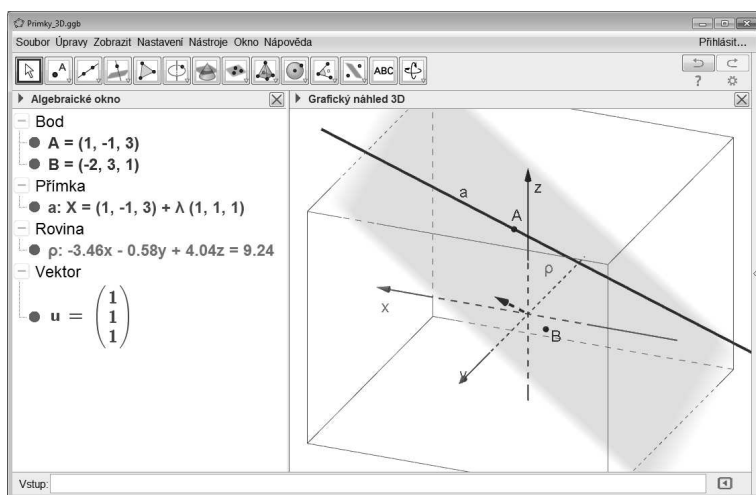
Obr. 2.8: Řetězovka nebo parabola?

Obrázek na pozadí Nákresny

Dalším užitečným nástrojem programu GeoGebra, který dovoluje zkoumat geometrické vlastnosti objektů, které nás obklopují, je nástroj *Obrázek*. Umožňuje nám umístit na pozadí *Nákresny* obrázek uložený v souboru téměř libovolného grafického formátu. Tento obrázek potom lze s využitím všech dostupných nástrojů *Nákresny*, tedy i posuvníku, podrobit dalšímu zkoumání. Žáci tak mohou vyšetřovat například tvar křivky, kterou zaujmají řetězy visící kolem Samsonovy kašny na náměstí Přemysla Otakara II. v Českých Budějovicích, jak zachycuje Obr. 2.8.

Grafický náhled 3D

Od verze „5.0“, která byla uvedena v září roku 2014, je součástí GeoGebry

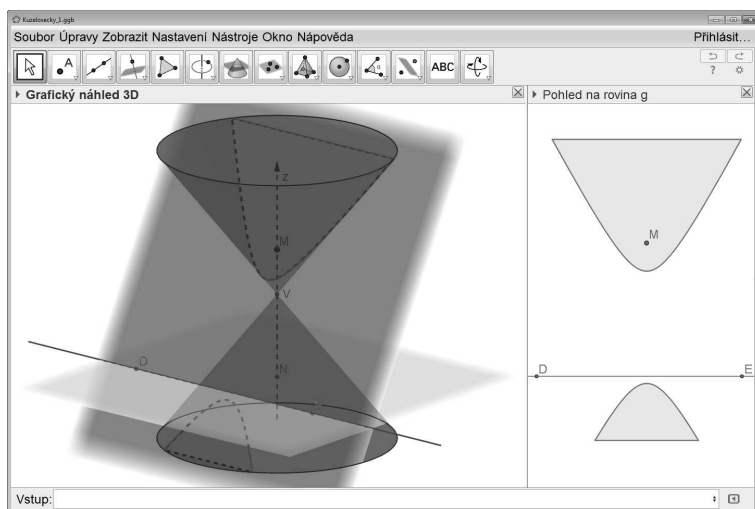


Obr. 2.9: Vzájemná poloha přímek v prostoru

prostředí pro geometrii v trojrozměrném prostoru nazvané *Grafický náhled 3D*. I zde je uplatněna provázanost s ostatními prostředími. Například obsah *Nákresny* se v *3D* náhledu zobrazuje jako obsah souřadnicové roviny *xy*. Následující příklad ilustruje propojení mezi *Grafickým náhledem 3D* a *Algebraickým oknem*, které, stejně jako provázanost s *CAS*, napomáhá žákům

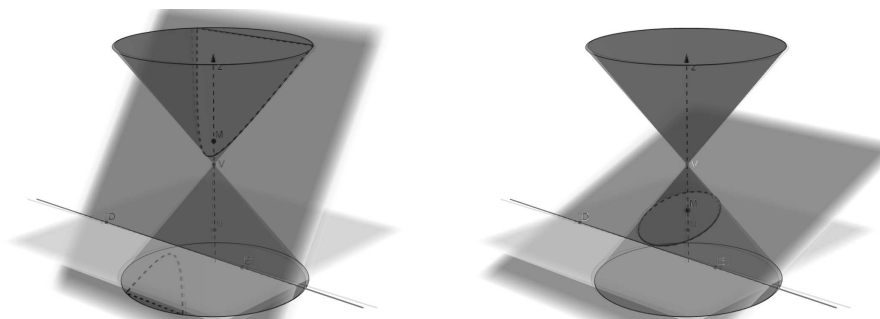
v poznání a pochopení souvislosti mezi geometrickými objekty a jejich analytickým vyjádřením. Zabýváme se vzájemnou polohou přímek a , b , z nichž každá je určena bodem a směrovým vektorem; $a = [A; \vec{u}]$, $b = [B; \vec{v}]$. Přitom známe souřadnice bodů A , B a vektoru \vec{u} ; $A = [1, -1, 3]$, $B = [-2, 3, 1]$, $\vec{u} = (1, 1, 1)$. Úkolem je najít takové souřadnice vektoru \vec{v} , aby přímky a , b byly postupně rovnoběžné, různoběžné a mimoběžné. Použití *3D* a jeho nástrojů, viz Obr. 2.9, umožní žákům rychle pochopit podstatu těchto vzájemných vztahů. Přírozeně přijdou na roli, jakou v nich hrají směrové vektory uvažovaných přímek a rovina ρ určená danou přímkou a a bodem B . Z Obr. 2.9 je rovněž patrné, jak se forma zápisu v *Algebraickém okně* blíží té, která je používána v učebnicích či na tabuli.

Dalším příkladem využití *Grafického náhledu 3D* k objevování podstaty pojmů, které jsou předmětem výuky matematiky, je konstrukce definice kuželosečky jako průniku kuželové plochy s rovinou, jak vidíme na Obr. 2.10. Při zkoumání průnikových křivek oceníme funkci *Vytvořit 2D náhled z ρ* ,



Obr. 2.10: Kuželosečka jako průnik kuželové plochy s rovinou

kterou lze aktivovat výběrem z kontextové nabídky po pravém kliknutí na rovinu řezu ρ . Příslušný náhled se zobrazí ve zvláštní nákresně, viz Obr. 2.10. Kromě různých směrů a druhů promítání můžeme v $3D$ náhledu volit i zobrazení formou anaglyfu, jak je na příkladech dvou řezů kuželové plochy rovinou ukázáno na Obr. 2.11.



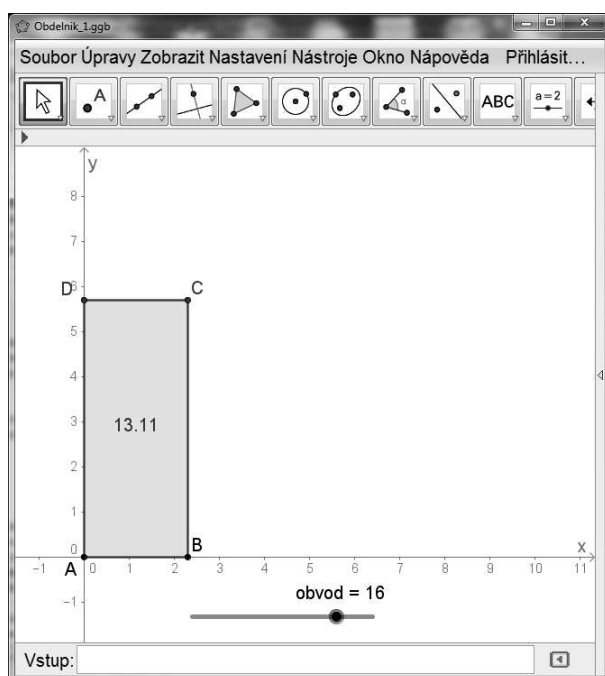
Obr. 2.11: Kuželosečka jako průnik kuželové plochy s rovinou - anaglyfické průměty (viz <http://tube.geogebra.org/m/1684495>)

Tabulka

Posledním prostředím GeoGebry, u kterého se zastavíme, je *Tabulka*. Jedná se o zdánlivě jednoduchý tabulkový procesor, jehož skutečná síla je skryta v propojení s ostatními prostředími, především s *Nákresnou*. My si zde ukážeme jeden příklad, který zdaleka nevyčerpává všechny možnosti *Tabulky*. Pro další studium tak lze doporučit publikace [28], [39], [40], [29] a [41], ve kterých je uvedena řada příkladů využití *Tabulky* programu GeoGebra k řešení rozličných problémů, od numerických výpočtů až po finanční otázky. Provázanost *Tabulky* s *Nákresnou* je obousměrná. Data z *Tabulky* můžeme graficky interpretovat v *Nákresně*, a naopak, některá dění v *Nákresně* lze zaznamenat do *Tabulky*. Zaměříme se na tuto druhou možnost.

Již na prvním stupni základní školy se žáci seznamují s výpočtem obvodu a obsahu obdélníku. Zabývají se také otázkou vztahu těchto dvou údajů. Může se při stálém obvodu měnit obsah obdélníku? Při hledání od-

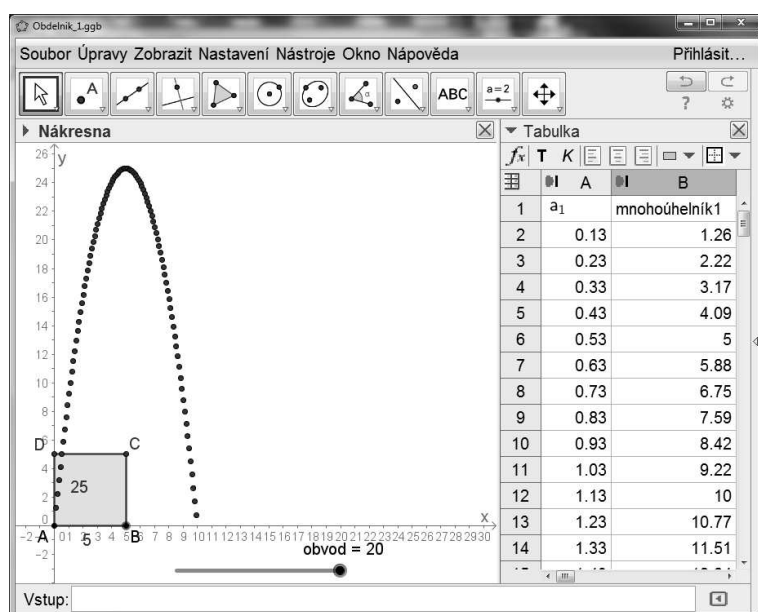
povědi lze využít jednoduchý dynamický obrázek zachycený na Obr. 2.12. Pohybem bodu B po kladné poloose x měníme rozměry obdélníku při zachování jeho obvodu, který je nastaven posuvníkem. Bod B se ve skutečnosti pohybuje po úsečce, jejíž délka je rovna $o/2$. Tak je zaručeno, že svou polohou stále vyhovuje danému obvodu. Protože hodnota obsahu obdélníku je v něm zobrazena (viz údaj 13.11 v obdélníku na Obr. 2.12), vidíme, že se změnou poměru délek stran se mění i obsah, přestože obvod je pořád stejný. Po tomto zjištění se nabízí další otázka. Jak vypadá obdélník, jehož obsah



Obr. 2.12: Proměnlivý obsah obdélníku s konstantním obvodem

je při daném obvodu maximální? Ukážeme si, jak lze tuto úlohu pomocí GeoGebry řešit bez použití diferenciálního počtu. Využijeme již vytvořený dynamický model na Obr. 2.12. Akorát ještě zobrazíme délku úsečky AB .

Potom pomocí nástroje *Zaznamenat do tabulky* zaznamenáme při pohybu bodu B podél osy x do *Tabulky* hodnoty délky úsečky AB a obsahu obdélníku $ABCD$. Tak získáme v *Tabulce* dva sloupce dat, které převedeme na seznam bodů a zobrazíme v *Nákresně*, jak je zachyceno na Obr. 2.13. Pomocí získaného grafu, nebo pomocí údajů v tabulce, lze najít přibližné řešení daného úkolu, které ukazuje na skutečnost, že hledaným obdélníkem je čtverec. V tuto chvíli už by ale nemělo být problémem odvození předpisu funkce popisující zkoumanou závislost a obecné vyřešení daného problému.



Obr. 2.13: Maximální obsah při daném obvodu má čtverec

2.3 Závěr

Klíčovým atributem badatelsky orientované výuky je samostatná badatelská činnost žáků, která je založena na jejich dosavadních znalostech. K dosažení náležitého efektu takto pojaté výuky je nezbytné, aby byla učitelem pečlivě připravena a průběžně směřována. Cílem článku bylo prostřednictvím konkrétních příkladů ukázat, že významným nástrojem badatelské činnosti žáků v matematice může být počítač vybavený programem GeoGebra.

Kapitola 3

Badatelsky orientovaný přístup ve výuce programování na 2. stupni ZŠ

3.1 Úvod

Informatický obsah včetně algoritmizace a programování je v poslední době frekventovaným tématem ve výuce ICT v řadě vyspělých zemí. Vystala otázka, zdali lze při informatice, konkrétně u výuky programování v nějakém didaktickém programovacím prostředí využít přístupy z badatelsky orientované výuky. v projektu výuky základů programování na 2. stupni ZŠ při praxi u budoucích učitelů jsme akčním výzkumem zkoumali, zdali některý z přístupů a typů předkládaných aktivit odpovídá badatelsky orientované výuce. Přitom jsme získali zkušenosti s tím, jak jsou budoucí učitelé schopni vést takovou výuku, jakým způsobem dnešní žáci k učení se programování přistupují, nakolik je téma či konkrétní aktivity oslovovaly a jak vnímali tuto výuku jejich učitelé – studenti učitelství informatiky.

3.2 Informatický obsah ve výuce ICT

V posledních letech můžeme ve světě pozorovat změny týkající se výuky informačních technologií, které mají dopad na školské kurikulum. Jde o tendenci zařazovat informatická témata do výuky práce s počítačem, tedy vyučovat nejen témata týkající se digitální gramotnosti. Jde mj. o reakci na projevující se pokles zájmu mládeže o technická témata; např. podle OECD mezi roky 1990–2005 relativně poklesl počet studentů přírodních a technických oborů [42]. Již v roce 2003 v USA Tuckerův výbor pro K-12 kurikulum z Association for Computing Machinery deklaroval, že „mezi cíle informatického kurikula na základních a středních školách patří zavedení všech základních informatických pojmů pro všechny žáky, a to od 1. stupně základních škol“ [43, s. 10]. Stejný zdroj požadoval, aby „před ukončením 5. ročníku bylo u žáků rozvinuto jednoduché porozumění pojmu algoritmus“.

V souvislosti s těmito snahami vyvstává nový termín *informatické myšlení* (computational thinking) jako pro každého dostupná metoda řešení problémů. Podle Wing [44] je informatické myšlení způsob uvažování, které používá informatické metody řešení problémů, kdy převádí problémy reálného světa na problémy, který lze řešit automatem jako přesně popsany sled dílčích kroků vykonatelných bez dalšího přemýšlení. Informatické myšlení vede k přesnému vyjadřování myšlenek a postupů a jejich zaznamenání ve formálních zápisech, které slouží jako všeobecný prostředek komunikace. Rozvíjí schopnost žáků algoritmizovat, zevšeobecňovat a abstrahovat, rozhodovat, hledat vhodné strategie řešení problémů a ověřovat je v praxi.

Informatické myšlení je pro každého použitelná metoda k řešení problémů, zvláště pro řešení problémů pomocí počítače. Řešení problému užitím informatického myšlení podle Gandera zahrnuje následující kroky:

- analýza otázky či problému, vytvoření modelu a jeho formalizace;
- hledání cesty řešení, nalezení nebo vytvoření algoritmu;
- programování, psaní programu;

- spuštění programu: nechat počítač pracovat, případně korigovat a modifikovat program, interpretovat výsledky. [45, s. 7]

Informatické myšlení se zaměřuje na základní univerzální pojmy, které přesahují současné technologie: algoritmus, struktura dat, reprezentace informací, informační systémy, kódování, principy fungování ICT. Na vypsaných pojmech však nelze znázornit změnu přístupu k cílům vzdělávání, který neučí žáky *o programování*, ale *programovat*, nevede je k reprodukci faktů, ale k řešení problémů. Posun směrem k informatickému myšlení tak můžeme vnímat jako paralelu k transformaci transmisivních výukových přístupů směrem k přístupům rozvíjejícím kritické myšlení žáků a schopnost řešit problémy, patrně z didaktik řady dalších oborů. Počítačový program je soupis příkazů pro stroj, jak něco spočítat, ale i text pro lidi, tedy kulturní artefakt, který nepřímo působí na člověka a formuje jej [46]. „Sestavování počítačového programu je nesmírně blízké tomu, jak může dítě přemýšlet o myšlení. Podobně, ladění programu je nesmírně blízké tomu, jak se člověk učí učit se.“ [47, s. 3].

V současné době probíhají v řadě zemí kurikulární reformy, v nichž se vymezuje a mění postavení informatiky. Kurikulární reforma, v níž má významné postavení informatická složka, probíhá například v Polsku. Na Slovensku je již od 3. ročníku ZŠ povinným předmětem Informatická výchova s tématy algoritmické myšlení, procedury, řešení problémů, principy fungování digitálních technologií atd. [48]. Do národního kurikulárního dokumentu v Anglii byl v r. 2014 zařazen předmět Computing jako povinný pro žáky od 5 do 16 let, jehož cílem je utváření dovedností žáků rozumět a umět aplikovat základní principy informatiky s výstupy jako např. vytvářet a ladit program [49, s. 4].

Celosvětový trend zavádění informatického obsahu do výuky na nižších stupních škol v minulém roce pozitivně zasáhl i Českou republiku v podobě přijetí *Strategie digitálního vzdělávání do r. 2020* vládou ČR. v tomto strategickém dokumentu je jako jeden ze tří prioritních cílů uveden rozvoj informatického myšlení žáků [50, s. 15]. Lze očekávat, že realizace tohoto vládního usnesení bude mít dopad na reformu Rámcových vzdělávacích pro-

gramů pro 1. i 2. stupeň základní školy a tudíž pro zavádění informatického kurikula do výuky v daleko větším měřítku než dosud.

3.2.1 Otázky použití BOV v informatice

Výuka matematiky a přírodovědných předmětů na základních a středních školách se dlouhodobě potýká s nevhodnými metodami výuky, založenými na reprodukci poznatků, na instrukcích a tutoriálech, které nevedou k porozumění učivu na hlubší úrovni a v důsledku nerozvíjejí přemýšlení. Konkrétně v informatice, podle Hadjerrouita na školách „stále dominují vyučovací metody založené na tradičních epistemologiích bez ohledu na to, že výuka školního předmětu informatiky vyžaduje novou didaktiku, která jde dál než jen k používání IT jako nástroje. Nový přístup k informatice by se měl opírat o teorie učení, pojmové myšlení a pedagogické principy, a nikoliv o napodobování (kopírování, imitaci), aproximaci, memorování a interakci s počítačem“ [51, s. 229 – 230].

Reakcí na tento stav je badatelsky orientovaná výuka (BOV, inquiry based learning), výuková metoda, při jejímž užití jsou žákovy znalosti vytvářeny systémem kladených otázek a řešením problémů, kdy student pozoruje reálný svět a na základě zjištěných výsledků navrhuje možná vysvětlení zkoumaného problému [52]. v souladu s konstruktivistickými teoriemi učení je student aktivní, řeší problémy, získává zkušenosti a je veden k vytváření kognitivních modelů jevů, které pozoruje. Aktivní a kreativní pozice studenta ve výuce je pro úspěšné učení se nutnou podmínkou [53]. Více o metodě a přístupu BOV najde čtenář v úvodní kapitole knihy.

Je otázkou, nakolik lze badatelským přístupem vyučovat informatiku, konkrétně programování (nebo obráceně, nakolik lze prostředí světa informatiky využít k vzdělávání člověka badatelským způsobem). Nakolik lze jednotlivé fáze badatelsky orientované výuky realizovat při výuce programování bez toho, abychom zásadně měnili výukové schéma a příliš neměnili prioritu výukových cílů? Jaké prvky výuky je třeba akcentovat, aby žák prošel fázemi podle Bella et al. [54], jako jsou orientace v problému a kladení

otázek, generování hypotéz, plánování designu experimentu a jeho realizace, analýza a interpretace získaných poznatků, vytvoření závěru a evaluace?

Jistě lze předpokládat, že při vhodně vedené výuce budou žáci objevovat, mohou experimentovat, být vedeni k tvorbě a ověřování hypotéz, budou evaluovat a odhalovat příčiny pomocí analýzy chování systému. Je ovšem možné tyto dílčí aktivity vůbec nějak skloubit do jednoho organického celku, který by „vytvářel ze žáka mladého badatele“?

Jinou otázkou je, zda informatika nabízí stejně plodné pole pro BOV jako ostatní přírodní vědy. Umožňují didaktická programovací prostředí realizovat „reálné“ experimenty stejně jako biologické, fyzikální a chemické pokusy se skutečnými artefakty a přírodními jevy? Nakolik je možno vyučovat programování, jestliže se v pozorování jevů a artefaktů musíme spolehnout na simulovaný svět? Poskytuje pak programování dostatečně vhodné prostředí, tak aby orientace na BOV neodváděla pozornost od hlavního cíle, rozvíjet člověka algoritmicky myslícího, schopného uchopit a řešit problém, modelovat situaci a tento model implementovat do počítače? Dostatečné materiální prostředí pro výuku programování poskytuje robotika; v žákových očích je robot součástí reálného světa; je ovšem otázkou, zda tvorba robota není příliš komplikovanou činností, kdy žák současně konstruuje a současně programuje; zda není lepší nejprve se naučit základům programování a teprve jej použít při tvorbě robota.

Toto jsou otázky, na které není snadné položit odpověď. My jsme se u jejich vědomí proto nezaměřili na změnu paradigmatu výuky, zůstali jsme u snah modifikovat standardní výuku programování zařazením některých prvků BOV (přičemž některé z nich se s konstruktivistickým přístupem překrývaly).

3.3 Projekt a metoda výzkumu

Deskriptivní případová studie hledající odpovědi na otázku, do jaké míry lze realizovat výuku programování s prvky BOV budoucími učiteli, byla

realizována na podzim 2014. Byla připravena jako semestrový projekt výuky programování na základní škole s prvky badatelsky orientované výuky v prostředí Scratch [55]. Výuka programování byla realizována na jedné učební skupině 13 žáků 9. třídy běžné městské školy. Obsahem jejich došavadní výuky nebyla žádná informatická témata, ale uživatelský přístup (např. kancelářský software, Internet a prezentace, úpravy fotografií, vektorová grafika). Výuku v projektu vedli studenti učitelství posledního ročníku magisterského studia v rámci své pedagogické praxe a při výuce se střídali, obsah výuky také pod dohledem metodika praxe připravovali. Bylo tak možno pozorovat jak přístup žáků, tak i učitelů bez zkušeností s tímto tématem.

Výuka probíhala zhruba podle osnovy vytvořené Krejsou, který provedl analýzu metodických postupů výuky od různých autorů především z pohledu zařazování nových programových struktur, prvků a nástrojů, a na základě této analýzy sestavil vlastní metodický postup. Náměty úloh byly brány z práce Krejsy [56], z programovacích aktivit podle Mikolajové [57] a z internetového úložiště Scratch a byly přetvářeny ponejvíce po stránce příběhu, který daná aktivita ztvárňovala. Po úvodních hodinách, věnovaných seznámení s prostředím, následovaly vlastnosti objektů (např. kostýmy), cykly a rozhodování, spouštění akcí, komunikace mezi objekty, synchronizace mezi vlákny, proměnné. Rozsah výuky byl 15 hodin, 1 hodina týdně.

Abychom uplatnili zásady badatelsky orientované výuky, učitelé se snažili připravovat a vést výuku tak, že s žáky vytvářeli komplexnější úlohy, např. jednoduché počítačové hry nebo příběhy postav. Učitelé rozdělili tyto úlohy na dílčí, které předkládali žákům k řešení, vedli tak žáky sérií kratších úloh s motivací vytvořit rozsáhlejší dílo. Žáci přitom měli možnost experimentovat, argumentovat a vysvětlovat své postupy a na konci aktivity si kontrolovat nebo opsat řešení tak, aby v navazující úloze mohli pokračovat. Tento styl výuky jsme připravovali s vědomím, že učitelé jsou úplnými začátečníky; na druhou stranu bylo výhodou, že nepřístupovali k výuce s předsudky.

Do výuky (nikoliv na její závěr) byl zařazen kratší programovací projekt interaktivního vánočního přání, jehož obsah byl zcela na žákovi a jehož

realizace probíhala většinou doma, ovšem nejdůležitější části projektu, úvod a závěr, a také konzultace k žákovským řešením dílčích prací probíhaly ve škole. Na každou odučenou hodinu připadaly 3 hodiny přípravy, která zahrnovala jednak skupinový rozbor a shrnutí pozorování, jednak konzultace přípravy kurikula následující vyučovací jednotky s metodikem a s kmenovým učitelem. Mimo tento režim probíhaly analýzy prací žáků.

3.3.1 Nasazení prvků BOV při programování herní strategie

Na závěr výukového celku byla realizována dvouhodinová aktivita v duchu badatelsky orientované výuky, jejímž cílem bylo naprogramovat hru hráče proti počítači. Dosavadní průběh projektu, kdy se žáci měli především naučit ovládat prostředí a kódovat předložený algoritmus či získat přehled v jednoduchých programovacích etudách neskýtal příliš mnoho možností postavit před žáky problém, který by bylo možno diskutovat a analyzovat.

Výuku vedl autor článku. Žáci měli nejprve sami odhalit výherní strategii u jednoduché deskové hry odebrání zápalek NIM [58] a teprve potom implementovat objevená pravidla do programu pro počítač. Podobná aktivita byla realizována v předvýzkumu v r. 2013 u stejně starých žáků. Ti nejprve naprogramovali tuto hru jako hru pro dva hráče, následně ji hráli sami proti sobě s cílem porazit druhého, objevit vítěznou strategii a tu posléze formulovat tak, aby ji bylo možno převést na instrukce programu, v němž bude počítač hrát proti živému hráči.

Hlavním cílem aktivity bylo uplatnit všechny Ganderem výše popisované kroky infomatického myšlení, především úvodní analýzu, vymyšlení vítězné strategie a algoritmu, který se vítěznou strategii drží, tedy mentálních činností, které žáci v předchozí výuce neprováděli. Cílem této aktivity byl i světonázorový aspekt, při němž si žáci měli uvědomit, že „inteligentní počítač“ je třeba také naprogramovat, tedy že je to člověk, kdo nejprve musí chování počítače jako hráče vymyslet a poté je naprogramovat. Počítač v této aktivitě měl být demýtizován (podle Schubertové a Schwilla je jedním z významných cílů výuky ukázat žákovi, že počítač je pouhý stroj, který vykonává příkazy [59]).

Pravidla hry jsou jednoduchá: dva hráči střídavě odebírají 1, 2 nebo 3 zápalky z hromádky 13 zápalek. Kdo odebere poslední zápalku, prohrál. Výherní strategie v těchto hrách obecně spočívá v dosažení tzv. výherní pozice, z níž hráč vždy zvítězí, drží-li se optimální strategie, tedy když neudělá chybu. První výherní pozice je 1 zápalka: pokud jí hráč svým tahem dosáhne, ten druhý nemá jinou možnost, než poslední zápalku sebrat, tudíž prohrál. Hledání posloupnosti výherních pozic vede k odhalení, že (u tohoto konkrétního zadání) mezi výherními pozicemi je vzdálenost 4 zápalek (na jakýkoliv tah soupeře může hráč odpovědět tak, aby součtem obou tahů byly 4 odebrané zápalky). Hra tedy nabízí jednoduchou vítěznou strategii a dané konkrétní zadání se 13 zápalkami, které jsou na začátku hry ve výherní pozici, znamená, že hráč, který nezačíná hru, vždy vyhraje (výherní pozice jsou 1, 5, 9, 13) [60]. Pokud jako druhého hráče obsadíme počítač, můžeme zařídit, aby se držel této vítězné strategie a stal se neporazitelný.

Základním přínosem této aktivity pro žáky bylo hledání optimální výherní strategie. Žáci byli motivováni snahou v roli hráče porazit vždy svého soupeře, a to v počítačové hře, kterou sami naprogramovali. Během jejího odhalování a pokusu o zápis do programu se objevovaly největší vášnivé diskuse za celou dobu výuky. Všichni žáci celkem rychle odhalili výherní situaci 5 zápalek, k výherní situaci 9 se propracovala asi čtvrtina žáků a asi další čtvrtina ji byla schopna po vysvětlování spolužáky akceptovat. Vítěznou strategii během 15 minut odhalili 3 žáci. Přesto i jim chvíli trvalo pochopit, že existuje-li optimální strategie pro druhého hráče, nemůže první hráč nikdy vyhrát, a znovu a znovu ji zkoušeli odhalit.

Teprve později, když byla strategie odhalena a více než polovinou žáků akceptována (jednak vysvětlováním mezi žáky navzájem, jednak „důkazem“ – výhrami ve vzájemných zápasech), učitel navrhl, že by žáci mohli tuto vítěznou strategii naučit počítač, aby protihráče porážel. Poté žáci zkoušeli formulovat, jak by měl počítač hrát (např. „musí odebrat vždy do čtyř“) a objevili, jak v programu zapsat tuto hodnotu výrazem. Následující implementace do programu ukázala, jak jsou si tah hráče a počítače podobné (obr. 3.1). Žáci dokázali objevit, že tah počítače musí být automatický, spouštěný pomocí zprávy, navíc se zpožděním simulujícím „přemýšlení po-

čítače“. Po skončení aktivity měli nejlepší žáci zájem o to, jak modifikovat hru pro jiný počet zápalek.



Obr. 3.1: Analogie mezi tahem hráče a tahem počítače při programování herní strategie

3.4 Zjištění

Pilotní projekt výuky ukázal, že výuka programování v didaktických programovacích prostředích s odpovídajícími metodikami má v sobě řadu prvků badatelsky orientované výuky, pokud se dá žákům prostor k vyjadřování, řešení (dílčích) problémů. Základní rozdíl vidíme v cíli, kdy při BOV je cílem badatelský přístup, vedoucí k poznatkům, ke správnému uvažování, zatímco u programování je cílem využít takového uvažování či poznatků k vytvoření produktu, tedy programu pro počítač.

Předpokládali jsme, že podobně, jako se chovali budoucí učitelé informatiky, budou pracovat i učitelé z praxe, kteří budou začátečníky ve výuce programování. Sledovali jsme, který typ úloh učitelé při přípravě na výuku volí a jak se jim taková příprava dařila připravit (nehodnotíme realizaci takové přípravy). Pro učitele bylo snadnější připravovat vyučování jako sérii programovacích etud a porozumět tomu, jak z takovýchto aktivit hodinu seskládat. u výuky pomocí programování větších děl („projektů“) učitelé ani nepředpokládali, že by žák mohl daný komplexní problém sám rozdělit na dílčí části, a tuto práci dělali za žáka. Vnímali, že je to i pro ně těžší problém.

3.4.1 Přístup a chyby učitelů

Zde okomentujeme některé chyby, jichž se učitelé dopouštěli.

Preference tvorby projektů.

Učitelé častěji volili výuku tak, aby během hodiny vznikl větší projekt; viděli v něm silnější motivaci pro žáky a patrně i pro sebe. Toto rozhodnutí jim ovšem přinášelo problémy, neboť zvolené projekty pro svůj chod velmi často potřebovaly znalosti, které žáci ještě neprobírali a jejichž probrání by z časových i koncepčních důvodů nebylo přijatelné. Učitelé toto nedokázali odhalit a anticipovat a někdy pak během realizace obtížné pasáže prostě žákům předložili buď v podobě již vytvořeného kódu, nebo k opsání z tabule bez hlubšího vysvětlení (takovým příkladem bylo zařazení klonování objektů pro potřeby aktuálně programované hry). Problém byl i v organizaci času; často tyto projektové aktivity přesáhly do další vyučovací hodiny a tak bouraly její koncepci jednak proto, že konec aktivity odučil jiný učitel, jednak tím, že tomu učiteli ubíraly prostor pro realizaci jeho vlastního kurikula.

Z chování našich studentů učitelství můžeme vyvozovat, že podobně by pracoval učitel, který nemá potřebné základy a chtěl by s žáky především vytvořit nějaký naprogramovaný produkt. Vlastní ambice učitele „něco velkého s dětmi dokázat“ se pak může podepsat na splnění cílů výuky, na nekoncepčním vedení výuky, na dostatečném neprocvičení základů s důsledkem pozdější neschopnosti naprogramovat i jednodušší úkoly.

Příliš dlouhý kód

Druhá chyba, jíž se učitelé při projektování výuky dopouštěli, spočívala v tom, že příliš brzy přecházeli k vytváření dlouhých víceřádkových kódů, v nichž se žáci hůře orientovali, a nenapadala je řešení, při nichž by se tomuto mohli vyhnout např. použitím více vláken, komunikace mezi objekty apod. Zde jim jejich vlastní znalosti programování v několika jazycích včetně kurzu didaktiky ve *Scratch* nepomáhaly.

Nekonečná smyčka

Typickou chybou, která má příčinu v samotném prostředí *Scratch*, je používání nekonečného cyklu, které *Scratch* nabízí jako jednoduché řešení při

počáteční výuce. Aktivita za použití této struktury jsou motivační a v úvodu do tematického celku dokážou žáky k programování přitáhnout. Žáci i učitelé však měli později potíže se tohoto zlozvyku zbavit a místo jednoduchého cyklu s podmínkou vytvářeli nekonečné cykly s vnořenými rozhodováními, ukončováním běhu kódu natvrdo.

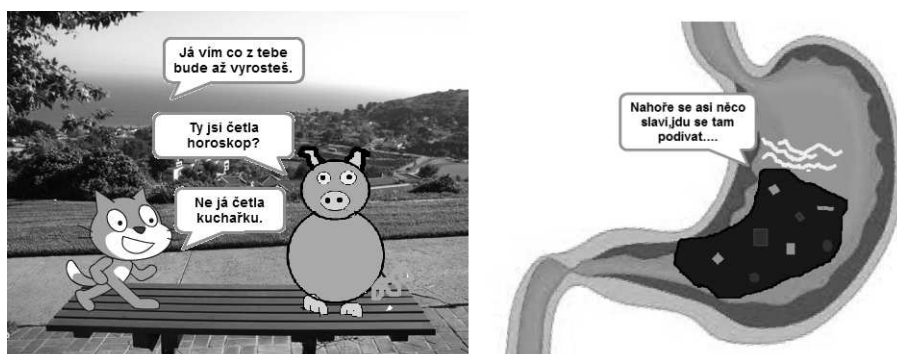
Špatná synchronizace mezi objekty

Jiným problémem, který umožňuje jednoduché objektové programování, je špatná synchronizace, která je často uživateli hlouběji skrytá a přidělá mu (i jeho nezkušenému učiteli) potíže, jejichž příčinu nedokáže odhalit a pak chybu svádí na podivné chování aplikace. Uvedeme příklad, který jsme pozorovali. Při tvorbě hry „kočka chytá myš“ žáci stanovili, že pokud myš narazí do kočky, odečte se bod ve skóre, kočka řekne „Mňam“ a myš skočí opět na začátek stránky (obr. 3.3 vlevo). Skóre bylo na začátku hry nastaveno na počet myši, které je třeba ulovit. Nevhodnou synchronizací příkazů k odeslání a přijetí zprávy s příkazem k přeskočení myši na začátek stránky docházelo k tomu, že než kočka dořekla svoji řeč, program mnohokrát zkontroloval, zda se myš dotýká kočky, a mnohokrát tak odečetl skóre. Tím se skóre stihlo vynulovat již při chycení první myši. Tato chyba v kódu je pro učitele – začátečníka obtížně detekovatelná a vyučující student učitelství ji nedokázal v dané situaci odhalit.

Přístup k hodnocení žáků

Učitelé měli též hodnotit práce žáků. Bylo zajímavé sledovat, jak si přitom počínají. Vesměs platilo, že učitelé kontrolovali, zda program řádně funguje, případně u projektu sledovali, které z vyučovaných programovacích prvků a technik žáci ve svých pracích použili (snažili se kvantitativně vyhodnotit, zda žáci použili cyklus, zprávy, rozhodování, kostýmy apod.) Při tomto hodnocení nebrali v potaz, zda žák použil originální techniku nebo přístup či vtipné řešení netradičním nasazením některého z programovacích prvků (např. odebírání zápalek lze vizuálně řešit skrýváním zápalek interakcí s každým objektem sirky, nebo změnou kostýmu sady sirek jako jednoho objektu, nebo postupným překrýváním sady sirek jiným objektem). Námět práce či nápad často do hodnocení nezahrnovali, a pokud podle jejich představy ná-

mět nesplňoval pravidla etikety, nezařadili jej mezi prezentované nejlepší, i když ostatními kritérii splňoval (např. projekty na obr. 3.2).



Obr. 3.2: Komiks, krátká programovací etuda s komunikací mezi objekty. Žákovské práce.¹

3.4.2 Jak reagovali žáci

V následujících odstavcích okomentujeme učební progres žáků.

Počáteční rozpaky a pomalý pokrok

Po úvodní hodině, v níž byli žáci spíše rozpačití a rozhodně nevypadali z programování nadšení především z důvodu, že se nedokázali zorientovat v prostředí a v typu mentální činnosti, který bude při výuce vyžadován, se díky motivaci k vytváření příběhů asi třetina žáků pro programování nadchla – pravidelně vytvářeli dobrovolné domácí úkoly, což se následně projevilo v tom, že tito žáci byli jistější při výuce, častěji se hlásili a pracovali samostatně.

Po prvních 8 hodinách výuky během 2 měsíců nebyl ve znalostech žáků vidět významný pokrok. Ti až na výjimky nebyli schopni úlohy řešit sa-

¹Práce jsou dostupné z webu Scratch: <http://scratch.mit.edu/projects/32746550>, <http://scratch.mit.edu/projects/32376114>

mostatně, nepamatovali si příkazy a techniky práce, nebyli schopni objevit, kterou techniku nebo který příkaz v dané situaci použít. Modifikace prací při domácích úkolech spočívaly převážně v námětu nebo úpravě pozadí a kostýmů, jen výjimečně se objevovaly změny v psaných scénářích. Přesto žáci na vložení Hodině kódu, při níž programovali sadu úloh želví grafiky v prostředí filmu Frozen [61], dokázali jednoduché programovací úlohy řešit. Mohli jsme tehdy ovšem u některých slabších žáků pozorovat bezradnost ve chvíli, kdy nevhodně poskládali sekvenci příkazů do těla cyklu a nedokázali přijít na žádný způsob, jak chybný program odstranit, takže se uchylovali k metodě pokus – omyl bez jakékoliv systematičnosti (např. že by postupně zkoušeli všechny možnosti).

Ze zúčastněného pozorování jsme usoudili, že žáci dostávali málo pestré programovací úlohy, založené pouze na vytváření kódu, nikoliv na opravách chybného kódu, při nich by museli odhalovat příčinu chyby. Dále je potřeba delší čas, než u žáků dojde k dostatečnému zafixování byť jen elementárních základů programování.

Zlepšení po žákovském projektu

Největší pokrok ve znalostech žáků jsme zaznamenali po absolvování krátkého projektu vytvoření elektronického vánočního přání na vlastní téma. Žáci museli přijmout vlastní zodpovědnost a dokončit dílo a to byl možná hlavní faktor, který rozhodl o tom, že skončení projektu a další třítydenní pauze bylo pozorováno, že žáci lépe rozumí vysvětlování a jsou schopni samostatněji pracovat a zdůvodňovat, ačkoliv samotné projekty až na výjimky nepřinášely originální nápady jak tematické, tak programovací.

Asi třetinu žáků programování oslovilo hned zpočátku, ti se mu také věnovali i mimo výuku, měli výjimečné nápady a dokázali je uplatnit i v hodinách variováním témat programovaných projektů (např. hra kočka s myší na chytání fotbalového míče – obr. 3.3 vpravo). Tito žáci si brzy uvědomili, že povaha různých činností ze života má z hlediska programování stejnou strukturu a lze být modelována stejným způsobem.



Obr. 3.3: Příklad modifikace naprogramované úlohy, aniž by byl měněn kód programu: kočka chytá myš (vyučovaná verze) a fotbalové penalty (spontánní žakovská modifikace).

Které aktivity žáky oslovily

Jako úspěšné se jevíly aktivity, kde žáci pokud možno neprogramovali, ale vymýšleli scénáře pro postavy, dialogy, kreslili kostýmy, tedy zabývali se činnostmi, v nichž uživatelsky měnili námět, ale nemodifikovali program. Pokud ke změnám kódu docházelo, jednalo se většinou o jednoduché příkazy spouštěné událostmi, lineární příběhy, nevyskytoval se cyklus nebo rozhodování.

Sledovali jsme, u kterých námětů úloh žáci nejlépe přijímali nové poznatky:

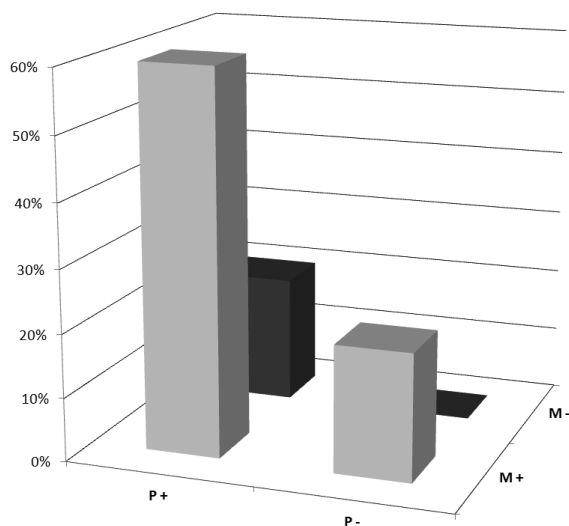
- kreslení vlastních kostýmů postav: při vlastní modifikaci námětu aktivity s minimálně modifikovaným kódem programu;
- proměnné: tehdy, když chtěli sledovat skóre hry;
- podmínky: tehdy, když chtěli naprogramovat ukončení hry;
- zprávy: když chtěli řídit rozhovor dvou a více postav.

Žáci raději vytvářeli programy, v nichž se nevyskytoval cyklus (dávali přednost jednoduchým spouštěným akcím ve více vláknech nebo nekonečné

smyčce). Zda je to dáno nepřipraveností prostředí Scratch používat zabudovaný počítač cyklů (jako je repcount v Imagine), nevíme, protože k situaci, kdy by byl potřeba pravý cyklus FOR, jsme se nedostali.

3.4.3 Dotazník pro žáky

Po skončení výuky jsme se v dotazníku s otázkami s výběrem z odpovědí nebo s volnými odpověďmi zeptali žáků na jejich pocity z výuky a názory na programování.



Obr. 3.4: Sebehodnocení úspěšnosti žáků v matematice (M) a programování (P). Žádný žák se neoznačil za neúspěšného současně v matematice i v programování.

Vztah k programování

80 % žáků hodnotilo, že jim programování jde, že v něm byli úspěšní. 20 % žáků nebralo jako výhodu, že se na rozdíl od žáků jiných škol programování

učili. Tento negativní postoj ale nikterak nekořespondoval s jejich úspěšností, protože všichni žáci, kteří měli pocit, že jim programování nešlo, vnímali programování jako výhodu. 80 % žáků by v programování rádo pokračovalo.

Zajímalo nás, nakolik kurz programování změnil náhled žáků na jejich profesionální orientaci. Jen 30 % žáků vyjádřilo si vysloveně nepřálo, aby ve svém budoucím povolání programovali, všichni z těchto byli ale dobří v matematice i v programování (viz obr. 3.4).

Způsob výuky

Žáci ve svých výpovědích nedokázali odlišit způsob vedené výuky, proto na úspěšnost zvolené metody usuzujeme z výběru nejoblíbenějších aktivit. Žáky nejvíce oslovily aktivity vytváření herní strategie a její implementace do počítače metodou BOV a vytváření her. Odpověď na otázku, zdali žáci vnímají jako vhodnější výuku pomocí tvorby miniprojektů nebo programovacích etud, jsme nezískali.

Náročnost učení se programovat

Jako nejobtížnější na programování část žáků uvedla nutnost přemýšlení („nejtěžší mi připadalo, když jsme měli nějaký úkol a měli na to přijít sami“, „uvědomit si, co ta věc v programu má dělat a jak to logicky pospojovat“), část žáků uvedla úvodní potíže s orientací v prostředí a v stylu práce („než jsem se s tím seznámil“). Jako nejzajímavější na programování hodnotili, že „mohli objevovat nové věci“, „přijít na to, jak to v tom počítači funguje“ a autorský pocit z atraktivního vytvořeného díla (počítačové hry).

Z výpovědí žáků dále vyplývá, že po absolvování tohoto kurzu nebyli ještě schopni rozeznat, co je programování a co není. Někteří žáci vypověděli, že programovali již dříve (např. nastavením parametrů u utilit ovládajících chování operačního systému nebo nastavením animací v 3D grafice).

3.5 Závěr

Projekt výuky základů programování s prvky badatelsky orientované výuky ukázal, že konstruktivistický přístup je blízký badatelsky orientované

výuce, ovšem při výuce tohoto tématu má své hranice. Příčinu poměrně dlouhé doby „aklimatizace“ žáků na způsob práce při programování, než jsou schopni zodpovídat na otázky a sami bádát, nevidíme v problémech s orientací v neznámém prostředí, protože takovými situacemi žáci v jiných tématech procházeli. Příčinou byla právě jejich nová autorská role ve vztahu k počítači, které se museli nejprve naučit (např. pokud program nefungoval, žáci se zpočátku často ptali na tlačítko *Zpět*, kterým by vrátili poslední krok vykonaný programem, což principiálně není možné).

Ukázalo se, že na začátku žáci potřebují dostat dostatek prostoru na úvodní zažití programátorského přístupu s velmi jednoduchými vlastními programy ze základních příkazů, které budou sami schopni variovat neprogramátorským způsobem (tvorba grafiky, hledání námětů a témat, nikoliv vlastní tvorba programu). Dokud mají žáci tendenci pozměňovat hotové programy tímto způsobem, patrně je příliš brzy na pokračování do náročnějších partií programování. Teprve po relativně dlouhé době, kdy žáci prošli řadou situací, byli schopni o vytvořeném programu hovořit, nacházet hraniční situace, v nichž program nebude fungovat správně, navrhnout úpravy a argumentovat.

Druhá současně zkoumaná otázka, jak k takové výuce přistupují učitelé – začátečníci, ukázala, že učitelé z této výuky mají daleko větší respekt než z výuky např. kancelářských aplikací (kterou paralelně s touto výukou vedli v jiné třídě). Jejich nejistota nebyla patrná při vedení připravené výuky, ale především v situacích, kdy se na ně obrátil žák s nefungujícím programem. Detekce chyby je zdá se velice pokročilá kompetence a zařazení takovýchto úloh do vyučovaného tématu je potřebné, stejně jako zařazení aktivit v hledání žákovských chyb do didaktiky programování.

Kapitola 4

Projektová výuka ve finančním vzdělávání

Anotace

V posledních letech je věnovaná zvýšená pozornost finanční gramotnosti. Vznikla řada projektů a her, které se na tuto problematiku zaměřují. Pro výuku finanční gramotnosti jsou vyhovující výukové metody aktivizující. Z aktivizujících metod vychází i projektová výuka, která je jednou z možností při realizaci badatelsky orientované výuky matematiky na škole. Tento článek mapuje a vyhodnocuje zrealizovanou výuku finanční gramotnosti v rámci předmětu matematika na střední škole formou zpracování projektu. Tématem projektové výuky byly „*Úvěrové produkty*“. K posouzení účinnosti projektové výuky byl zvolen akční výzkum. Hlavním cílem článku je nabídnout čtenáři potřebné informace k tomu, aby si mohl vytvořit komplexní obraz samotné realizace projektové výuky v oblasti finančního vzdělávání a posoudit tak její efektivitu.

4.1 Potřeba zvyšování finanční gramotnosti

– background studie

Od devadesátých let minulého století, kdy se finanční trh České republiky výrazně změnil, začaly mít mnohé domácnosti značné problémy s dluhy, což se začalo negativně promítat do naší společnosti a rozvoje ekonomiky. Mnozí občané slyší na lákavou nabídku úvěrů, prostřednictvím kterých se dostanou velmi lehce k velkým obnosům. Nebyli, a jak naznačují data z uskutečněných průzkumů (např. [62]), nejsou si však zřejmě vědomi velkého nebezpečí těchto „drahých“ peněz. Díky někdy až agresivnímu marketingu se domácnosti rapidně zadlužují. Odhaduje se, že mají vypůjčeno od společností nabízejících „nebezpečné úvěry“ až 30 mld. Kč z celkově vypůjčených 310 mld. Kč. Meziroční nárůst počtu exekucí mezi roky 2013 a 2014 je 100 000 ks (CT24, 8. 3. 2015)¹. Stát je tak nucen se tímto problémem začít zabývat.

Jedním z preventivních nástrojů v boji s narůstajícím zadlužováním domácností je finanční vzdělávání lidí všech věkových skupin. Vycházíme tak z předpokladu, že finančně vzdělaný spotřebitel je schopen přijímat odpovědná rozhodnutí na finančním trhu, neboť se dobře orientuje v rozvíjející se oblasti finančních produktů a služeb. V současné době se české domácnosti zadlužují zejména díky hypotékám. Ekonomové to připisují také většímu zájmu o finanční gramotnost (CT24, 19. 2. 2015). Finanční vzdělávání vede občana k přijetí odpovědnosti za finanční zajištění sebe i své rodiny. Finanční vzdělávání je tedy důležité pro naši společnost a rozvoj české ekonomiky.

¹2013 – 775 946 exekucí, 2014 – 878 609 exekucí

4.2 Finanční gramotnost žáků středních škol

– studie

Neúspěch našich středoškoláků řešit komplexní mezipředmětové úlohy zejména tkví v jejich neschopnosti použít získané poznatky v praxi. Matematiku tak oprávněně považují za vědu odtrženou od života. Hlavním cílem výuky se tak stává jejich úspěch v prověrkách. Takto formálně „osvojená“ matematika je neaplikovatelná a nerozvíjí zcela žákovy kognitivní schopnosti a jeho mechanickou paměť [63].

Jednou z možných alternativ je badatelsky orientovaná výuka, jejímž jádrem je samotný objevitelský proces žáka, jehož iniciátorem a pomocníkem je sám učitel. Jedná se však o časově náročný intelektuální proces. Avšak pokud je dobře koncipován a efektivně realizován v praxi, může přispět k osobnostnímu a kognitivnímu rozvoji samotného žáka a i jeho učitele.

Tento článek navrhuje a ověřuje jednu z možných podob realizace výuky finanční gramotnosti na středních školách různého typu formou zpracování projektu. Výuka vychází z požadavků koncipovaných v dokumentu „Standardy finanční gramotnosti“ [64], které vymezují cílový stav úrovně finanční gramotnosti pro střední vzdělávání, a z metodických doporučení Výzkumného ústavu pedagogického v Praze [65].

V rámci výzkumného šetření, které se realizovalo v roce 2013 [66], se zjistilo, že učivo týkající se finančního vzdělávání je stále na většině středních škol rozděleno mezi předměty Matematika, Základy společenských věd (občanská výchova) a Ekonomie. Čtvrtina škol zprostředkovává učivo týkající se standardů finanční gramotnosti v samostatném předmětu. Projekt byl ověřován na škole, kde finanční gramotnost není realizována v rámci samostatného předmětu. Jedná se tak o možnou alternativu, pomocí které lze žákům požadované učivo zpřístupnit.

4.2.1 Akční výzkum jako výzkumná metoda

Pro zhodnocení efektivity zrealizované projektové výuky jsme zvolili akční výzkum, který je pro tyto účely doporučován.

Akční výzkum ve školním prostředí není jen o pouhém sběru dat. Jeho účelem je jednak poskytnout výzkumníkovi, v našem případě učiteli, kritický pohled na realizaci zvolené výukové metody, možnost pozorování změn, které se u některých přímých aktérů výzkumu objeví, a na závěr i dostatek dat pro zhodnocení výuky.

Tento ucelený a detailní obraz výuky poskytne učiteli, jeho žákům a případně škole, zpětnou reflexi. Aktéři tak mohou dospět k opatřením, která se mohou stát návodem pro efektivnější výuku vybrané problematiky. Zároveň díky zvoleným metodám může dojít ke změně postojů a hodnot aktérů, které mohou přispět k jejich kognitivnímu a osobnostnímu rozvoji.

Proces akčního výzkumu jsme rozčlenili do několika fází. V první fázi byl vytyčen výzkumný cíl:

- Vyhodnocení účinnosti projektové výuky při seznamování středoškolských žáků s problematikou úvěrových produktů.

Stanovený výzkumný cíl byl transformován do následujících výzkumných otázek:

- Jak reflektují aktéři (učitel i žáci) realizovanou projektovou výuku?
- Jaké změny by bylo potřebné v projektové výuce uskutečnit?
- Jaké posuny v osobnostním i kognitivním rozvoji se u aktérů zaznamenaly?

V druhé fázi výzkumu byl sestaven plán a započalo se sběrem dat. Další fázi bylo zadání projektu.

Poslední fází výzkumu byla samotná analýza a interpretace získaných dat, na základě níž byla vypracována závěrečná zpráva projektové výuky.

K analýze a k vyhodnocení projektové výuky posloužily didaktické testy žáků, deníky jednotlivých týmů a zadavatele, závěrečné výstupy žáků a jejich dotazník a v neposlední řadě i pozorování zadavatele projektu (vyučující). Díky spirálovité povaze akčního výzkumu tato fáze probíhala již v průběhu předchozích fází. Zároveň bylo vzato v úvahu další kritérium výzkumu, kterým je, aby se na analýze dat podíleli všichni účastníci výzkumu.

V závěrečné zprávě byla navržena opatření, která by přispěla k vylepšení zrealizované projektové výuky, tak aby byla přínosná nejen pro aktéry samotného výzkumu, ale i pro samotného čtenáře.

4.2.2 Zkoumaný vzorek

Projekt zpracovávali žáci 1. a 2. ročníku střední školy. S vymezeným tématem projektové výuky (úvěrové produkty) se nesetkali během studia žáci žádného z uvedených ročníků. Celkem se výzkumu zúčastnilo 49 žáků.

Všichni účastníci výzkumu se dohodli, že v závěrečné zprávě nebudou zmiňována jejich jména, zároveň ani jméno školy, ve které byl výzkum realizován.

4.2.3 Projektová výuka

Zadání projektu: Najít co nejvýhodnější půjčku, která zajistí finanční prostředky pro nákup vybraného produktu (zboží či služba), který si žáci vyberou.

Uvedený projekt byl realizován formou dlouhodobého projektu rozfázovaného do jednotlivých etap v rozsahu dvou měsíců. Časové délky jednotlivých etap projektové výuky odpovídaly jejich náročnosti. Žáci na realizaci projektové výuky pracovali ve skupinách. Žákům byla daná možnost vytvářet skupiny (týmy) napříč ročníky (1. ročník a 2. ročník). Žáci sestavili

21 týmů, z toho 3 týmy ve čtveřicích, 7 týmů ve trojicích, 5 týmů ve dvojicích a 6 žáků pracovalo samostatně. Jedna dvojice byla utvořena ze žáků rozdílných ročníků. Ostatní preferovali raději práci v třídních týmech.

Zejména je k tomu vedlo to, že se lépe znali a mohli lépe komunikovat a využívat pro vzájemnou komunikaci efektivně přestávky a volné hodiny. Dva žáci v rozhovoru přiznali, že preferují samostatnou práci, neboť chtějí dosáhnout dobrého hodnocení.

Dříve než se žáci seznámili se zadáním projektu, museli vyřešit didaktický test. Didaktický test obsahoval otázky, které se týkaly problematiky úvěrových produktů (viz. Příloha článku). Účelem zadání testu bylo zjistit vstupní znalosti žáků z této problematiky.

V projektu docházelo k integraci vzdělávacích oborů *Matematika a její aplikace*, *Člověk a společnost*, *Člověk a svět práce*, *Informatika a informační a komunikační technologie* dle RVP a jim odpovídajících předmětů dle konkrétního ŠVP.

Pro realizaci projektu byl zvolen následující metodický postup:

- Stanovení cíle.
- Vytvoření plánu řešení.
- Realizace plánu.
- Vyhodnocení uskutečněného projektu.

Stanovení cíle projektu

Hlavní cílem projektu „*Úvěrové produkty*“ bylo umožnit žákům, aby se lépe seznámili s danou problematikou. To znamená osvojení si základních pojmů spojených s úvěrovanými produkty; schopnost využít získaných poznatků při identifikaci nabídek společností prostřednictvím reklamy v médiích, inzertů, případně přímo na pobočce; rozpoznat varovné signály nebezpečných

půjček. Zároveň bylo cílem, aby žák dokázal posoudit výhodnost nabízeného úvěrového produktu pro zakoupení jím zamýšlené věci. S tím je spjato i žákovo uvažování o důsledcích jeho osobního rozhodnutí na současný a budoucí příjem a případné zbytečné zadlužení. Získané poznatky, týkající se úvěrových produktů, by měl žák umět aplikovat ve svém osobním, resp. rodinné životě.

Vytvoření plánu řešení

Plán řešení projektu byl shrnut do následujících bodů:

- a) Stručné seznámení s problematikou úvěrových produktů. Tyto prvotní informace měly pomoci k rychlému zorientování se v dané problematice.
- b) Založení „Deníku práce na projektu“ na disku v Google drive ve složce „Úvěrové produkty“ s názvem týmu. Tento dokument byl sdílen se zadavatelem projektu (vyučující), který tak mohl průběžně sledovat práci týmu na projektu. Žáci zde uváděli veškeré činnosti spojené s projektem (rozdělení činností mezi členy týmu, způsob získávání informací, samotná práce, nápady a náměty, nezdary, překvapení, překážky, ...). Podobný deník byl veden i učitelem. Deník učitele sloužil k monitoringu práce jednotlivých týmů (zaznamenání dotazů žáků, konzultací, vyvstalých problémů a komplikací, ...).
- c) Výběr produktu (zboží/služba).
- d) Provedení průzkumu trhu s nabídkami úvěrů:
 - Zjištění typu úvěrů, které slouží k získání spotřebního zboží.
 - Zjištění, který subjekt jim může půjčit finanční prostředky na pořízení spotřebního zboží.
 - Zjištění podmínek jednotlivých subjektů. Pokud je to možné, subjekty navštívit a získané informace ověřit.

- Vytyčení kritérií, podle kterých budou posuzovány subjekty. Následně porovnat mezi sebou nabízené produkty. Zhodnotit jejich výhody a nevýhody.
- Výběr úvěrového produktu s ohledem na jejich potřeby a zdůvodnit volbu.

d) Získané informace zpracovat, prezentovat a obhájit. Výstupem jednotlivých týmů byla podrobná přehledná zpráva, která obsahovala tyto části:

- Úvod – seznámení se zadáním a cílem projektu.
- Teoretická část – uvedení zjištěných jednotlivých typů úvěrů bankovních a nebankovních institucí a kritériích potřebných k jejich efektivnímu porovnání.
- Praktická část – popis způsobu realizace projektu.
- Závěr – řádné zdůvodnění výběru nejvýhodnější půjčky.
- Použitá literatura – citace.
- Prezentace týmové práce.

Realizace plánu

Průběhy jednotlivých etap projektové výuky jsou popsány na základě informací získaných pozorováním, z rozhovorů a deníků žáků i deníku zadavatele. V úvodní hodině byli žáci seznámeni se zadáním, harmonogramem a částečně i s cílem projektové výuky.

Otázka cíle výuky byla záměrně ponechána otevřena. Cíl výuky byl stanoven až v rámci společné diskuze v samotném jejím závěru.

Následně byl společně sestaven stručný přehled dostupných úvěrových produktů. Žáci měli většinou ponětí o existenci těchto produktů díky reklamám v médiích a zkušenostem z rodinného prostředí, avšak měli problém tyto produkty pojmenovat a plně charakterizovat. Masová reklama v médiích, zejména využívající jimi často navštěvované webové stránky, a i ve

školách v podobě nabídky studentských půjček, se jistě podílela na jejich částečných znalostech. Avšak díky skutečnosti, že nedokázali tyto produkty plně charakterizovat, nebyli si vědomi jejich skrytých potenciálních nebezpečí. Bylo proto vhodné jim ukázat i některá data, týkající se ekonomických a sociálních problémů spojených s těmito riziky.

Po úvodní diskuzi si utvořené týmy založili na disku Google drive požadovaný deník, který následně nasdíleli se zadavatelem. Pro většinu to nebyl problém, neboť škola s touto aplikací pracuje v rámci sdílených výukových materiálů. Deníky zprvu všichni použili ke schválení koupě zamýšleného produktu. Následně je moc týmy nevyužívaly. Více je využívali samostatní řešitelé. Žáci se spíše domlouvali ve škole nebo s využitím některého komunikačního nástroje sociálních sítí. Bylo proto nutné přijmout opatření, aby aspoň část řešených problémů do svého deníku překopírovali. Na práci v denících byli jednak upozorňováni v hodinách, zejména v případech, pokud byla zaznamenána jejich dlouhodobější nečinnost, a také i při případných konzultacích.

Výběr produktu se nejčastěji týkal auta a špičkového televizoru, a to konkrétně ve 4 případech. Dále žáci zamýšleli koupi mobilního telefonu, závodního koně, bytu a jeho vybavení, případně samotnou rekonstrukci bytu. Objevil se i záměr koupě prutu zlata. Ve většině případů si všimli, že většina cen je uvedena bez DPH. Nejedná se však o velké překvapení, neboť využívali zejména nabídky e-shopů. Dva týmy uvedly, že si konečnou cenu přepočítaly. Je vítané, že žáci dávali přednost prodejcům s větší důvěryhodností. Jedna skupina dokonce navštívila autoprodejnu. Někteří žáci při rozhovorech uváděli, že někdo z jejich blízkým přišel o nemalé peníze díky nedůvěryhodnému prodejci.

Po schválení zamýšlené koupě produktu začali s průzkumem trhu nabídek úvěrů. Informace všichni vyhledávali pomocí internetu. Pět týmů rovněž přímo navštívilo pobočku instituce. Jeden tým poukázal na skutečnost, že pokud uvedli, že jsou nezletilí, tak se s nimi poradce nechtěl dále bavit. Další tým však rovnou poradci prozradil účel návštěvy. Byli následně zaskočení velmi přátelským přivítáním a další konverzací s poradcem. Situaci hodnotili velmi kladně a dokonce se tento přístup prodejce stal jedním

z klíčových faktorů posouzení výhodnosti půjčky. Dva týmy uvedly, že volaly na zákaznickou linku. Získané informace jim byly těžko srozumitelné. Některé si proto žáci dále zjišťovali. A to jednak pomocí internetu, tak i konzultací nebo se obraceli i na rodinného příslušníka a kamaráda. Není překvapující, že začali zprvu u známých bank. S nebankovními institucemi pracovali v malé míře. Často jako důvody uváděli vyšší úrokové sazby, nedůvěru, a to zejména díky článkům, které na internetu zaregistrovali, a také nedobré zkušenosti svých známých. Lze tedy usoudit, že žáci reflektují nalezené informace, zejména ty, které jsou negativní. Člověk je přece jenom více motivován vyhnout se ztrátám než dosáhnout zisků. Špatné informace jsou tak pečlivěji zpracovány než dobré. Proto negativní slova přitáhnou pozornost rychleji než pozitivní slova [67].

Žáci si měli za úkol stanovit kritéria k porovnání jimi nalezených úvěrů. Ve velké míře použili ty nejčastější, se kterými se setkali na webových stránkách finančních institucí, jako je výše úrokové sazby, RPSN, výše splátky a celková cena úvěru. Aby zjistili některé údaje, museli využít online kalkulaček daných institucí. V malé míře si však všímali dalších poplatků a možnosti pojištění. Ty se posléze objevily až při závěrečném porovnání. Jeden tým, který navštívil pobočku, uvedl, že k získání úvěru je nezbytností uzavření pojištění. Žáci si tak ověřili skutečnost, že informace, které získají na webových stránkách, nejsou plně dostačující. Dva týmy uvedly, že si úvěry kontrolovaly pomocí jiné online kalkulačky.

Mezi nejčastější úvěry, se kterými žáci dále pracovali, patřily zejména spotřebitelský úvěr a splátkový prodej. Ve dvou případech nepřekvapí, že pracovali i s leasingem. S možností hypotečního úvěru pracoval jen jeden tým.

Některé týmy poukazovaly i na překvapující skutečnost, že pro vyřízení půjčky, zejména u bankovních společností, musí dokládat mnoho informací.

Jednoznačným kritériem pro výběr půjčky se stal ukazatel RPSN. Většina týmů si musela význam RPSN dohledat. Některí žáci i tak přišli na konzultaci s vyučujícím, aby správně tomuto ukazateli porozuměli.

Jak již byl řečeno, poplatky a případná pojištění spojená s úvěry se do kritérií posouzení výhodnosti úvěrů dostaly až při závěrečném posouzení. Některé týmy uvedly, že to bylo po diskuzi s jedním týmem, který s tímto faktem přišel. Dále je třeba poznamenat, že na skryté poplatky byli upozorněni i v úvodní hodině a při konzultacích.

Většina žáků volila přehledné zpracování formou tabulek, ve kterých mohli snadněji porovnávat jednotlivé číselné údaje. Některé týmy využily, soudě dle publikovaných tabulek v jejich závěrečné zprávě (Tab. 4.1)², některého z dostupných srovnávacích webových portálů. Je však třeba podotknout, že se v hodnocení výhodnosti úvěru zaměřovaly pouze na získané číselné údaje.

Tabulka 4.1: Ukázka tabulky publikované v jedné ze závěrečných prací

Instituce	Měsíční splátka v Kč	Úroková sazba	RPSN	Celková částka v Kč	Cena úroku v Kč
Raiffeisenbank	1696 Kč	14,9 %	16 %	40 704	5 704
Airbank	1690 Kč	14,9 %	15,97 %	40 558	5 588
Česká spořitelna	1784 Kč	19,9 %	24,44 %	43 164	8 164
GE Money	2169 Kč	12,6 %	21,4 %	52 072	17 072
Cetelem	1762 Kč	18,86 %	20,58%	42 288	7 288

Není překvapující, že se většina týmů shodla, že nejvýhodnějším úvěrem je bankovní půjčka. Je třeba poznamenat, že některé týmy, zejména v souvislosti s náklady na úvěr, podotkly, že se jedná o velmi „drahé“ peníze. Což je závažné zjištění. Tento fakt se promítl nadále i do společné diskuze a závěrečného didaktického testu.

²Jedná se o zkrácenou verzi žákovy tabulky. Výše úvěru 35 000 Kč s dobou splatnosti 24 měsíců.

Posledním požadavkem projektu bylo, aby týmy vypracovaly závěrečnou práci podle předem stanovených kritérií. Práci neodevzdaly celkem 3 týmy. Velmi dobré práce odevzdaly 4 týmy. U ostatní týmů byl nejčastějším důvodem k horšímu hodnocení velmi slabý závěr, ve kterém měly řádně zdůvodnit výběr nejvýhodnější půjčky. To poukazuje na malé schopnosti a dovednosti žáků nalézt správné argumenty pro svá rozhodnutí, neschopnost propojit získané číselné údaje s dalšími aspekty, jakými by mohly být například finanční situace dlužníka nebo ohled na jeho budoucnost. Žáci v nich nehledali hlubší praktické aspekty, což koresponduje s myšlenkou neefektivní formální výuky matematiky.

Při porovnání úrovně zpracování jednotlivých závěrečných prací dle pravidel stanovených v úvodní části článku bylo zjištěno, že závěrečné práce žáků druhého ročníku jsou daleko lépe zpracovány než práce žáků prvního ročníku.

Na základě rozhovorů se žáky prvního ročníku lze usoudit, že o existenci stylistických a typografických pravidel nemají skoro žádné ponětí. Díky projektu se s nimi většina setkala poprvé. Žáci druhého ročníku pravidla již znali. A to i díky dvěma předchozím laboratorním pracím z fyziky, při kterých své výstupní protokoly zpracovávali právě s pomocí těchto pravidel.

Projekt byl zakončen prezentací jedné ze zdařilých prací a společnou diskuzí. Sama diskuze přinesla mnoho zajímavých poznatků. Sdělovali si získané zkušenosti. Vzhledem k velmi překvapujícímu rychlému průběhu diskuze, nebylo možné si poznamenat všechny náměty, poznatky a připomínky žáků. Proto byli žáci na závěr požádáni, aby poskytli zpětnou vazbu pomocí online ankety prostřednictvím online systému Bakaláři³. Výsledky ankety jsou shrnuty v části Evaluace žáka a učitele.

Vyhodnocení uskutečněného projektu

Aktéry akčního výzkumu hodnotící uskutečněnou projektovou výukou byli jednak žáci první a druhého ročníku střední školy, jednak jejich vyučující

³Program pro školní administrativu. Dostupný z <http://www.bakalari.cz/uvod.aspx>

matematiky. S takto koncipovanou projektovou výukou se setkali poprvé. Byly tedy zde prvotní obavy učitele, zda žáci výuku přijmou a budou se na její realizaci aktivně podílet. I přestože projektová výuka měla nakonec pozitivní ohlas u všech výše jmenovaných aktérů, tak její samotná realizace odhalila některé nedostatky, nad kterými je třeba se zamyslet.

Dříve než se budeme zabývat konkrétními nedostatky, poukážeme na prvky zrealizované projektové výuky, které se osvědčily.

Vhodnou motivací projektu se stal didaktický test (výsledky testu jsou uvedeny v části Výsledky a pozorování), který byl žákům zadán na začátku. Žáci velmi rychle zjistili, že nemají dostatečné znalosti, aby řádně porozuměli problematice úvěrových produktů. A ti, kteří se již s výukou finanční gramotnosti na základní škole setkali, zjistili, že získané znalosti nejsou dostatečně hluboké, aby je mohli aplikovat do praxe.

Následné diskuze a rozhovory ukázaly, že někteří žáci mají o tuto problematiku zájem, neboť si uvědomují potřebu těchto znalostí pro svůj život.

Dalším velmi přínosným prvkem výuky byla úvodní hodina k zadání projektu. Žákům byla dána možnost se k zadání vyjádřit a na základě jejich připomínek ho upravit. Většina žáků tak řádně porozuměla zadání, se kterým se do jisté míry ztotožnila.

I přestože původním záměrem výuky byla skupinová práce na projektu, tak šest žáků odmítlo týmovou práci. Potvrdilo se, že práce jednotlivce na tak rozsáhlém projektu je více namáhavá, než práce skupiny. Dva samostatní řešitelé přiznali, že projektové výuce věnovali velmi mnoho času. Je však nutno poznamenat, že pouze jeden jednotlivec práci nedokončil. Ze zbylých 15 skupin práci nedokončily pouze dva týmy. Většina žáků byla s prací v týmech spokojena, i přestože se v dotaznících a rozhovorech objevily náznaky některých očekávaných problémů. Jednalo se zejména o komunikační problémy, správné pracovní a časové rozvržení samotné práce mezi členy týmu. Nakonec se však dohodli a společně práci dokončili. Někteří žáci ve svých formulacích cíle výuky uvedli právě i naučit se společné práce ve skupině.

Nakonec vítaným zpestřujícím aspektem projektové výuky se stal *Deník práce na projektu*. Prostřednictvím deníků bylo možné práci jednotlivých

týmů sledovat. Sami žáci je uvítali zejména při práci na závěrečné práci a při závěrečné diskuzi. Poznali, že je velmi vhodné monitorovat práci svoji a svých týmových kolegů na rozsáhlém projektu. Jedná se tak o dovednost, kterou jistě ocení v budoucím studiu nebo pracovním životě.

Nejnáročnější fází výuky byla pro žáky ta poslední, v rámci které měli vypracovat závěrečnou zprávu projektové výuky. I přestože žákům byla nastíněna koncepce zprávy, tak s ní měli velké problémy, a to zejména žáci prvních ročníků.

Velmi cenným přínosem pro aktéry výzkumu byla prezentace jednoho z provedených projektů a společná závěrečná diskuze, v rámci které se zhodnotila projektová výuka. Díky diskuzi se odhalily některé nedostatky, které je třeba napravit, aby podobně koncipovaná výuka byla pro žáky přínosnější.

Ukázalo se, že se žáci ve většině případů soustřeďovali ve srovnání úvěrů pouze na získané číselné údaje. Nezvažovali však další faktory. Svá závěrečná rozhodnutí postavili na základě velmi slabých argumentů. Nebyli tak řádně schopni kriticky vyhodnotit jednotlivé nabídky zjištěných úvěrů. Většina žáků poukázala na fakt, že se s takovým požadavkem v zadání setkala poprvé, ale že jej chápou.

Kvality zpracovaných prací dle pravidel estetických, typografických, stylistických a legislativních se lišily podle ročníků. Velmi dobře vypracované práce odevzdali žáci druhých ročníků, kteří se již s těmito požadavky setkali, oproti žákům prvních ročníků, kteří měli o těchto pravidlech pouze ponětí. Při závěrečné diskuzi jsme úrovně odevzdaných prací porovnali. Žáci se tak sami přesvědčili, že práce zpracované podle jmenovaných pravidel jsou daleko přehlednější a estetičtější. Určitě by tedy bylo příhodné žáky předem seznámit se vzorovým vypracováním práce respektující uvedená pravidla, tak aby neměli problém s jejich vlastním zpracováním.

Dále je třeba konstatovat, že žáci by se s takto požadovaným zpracováním neměli setkávat při výuce sporadicky, ale častěji.

Evaluace žáka a učitele

Jak již bylo výše poznamenáno, průběh diskuze na závěr projektu byl velmi rychlý a nebylo možné si poznamenat všechny náměty, poznatky a připomínky žáků. Proto byli žáci na závěr požádáni, aby poskytli zpětnou vazbu pomocí online dotazníku. Online dotazník (zadání v příloze článku) vztahující se k zadání a k realizaci projektu byl žákům zadán prostřednictvím online systému Bakaláři.

Žáci odpovídali na 6 otázek, které směřovaly přímo k projektové výuce. A to konkrétně ke srozumitelnosti jejího zadání, ke stylu vyžadované práce a k jejímu případnému vylepšení. Účelem poslední otázky bylo poskytnutí zpětné vazby, zda se žáci ztotožňují s vytyčeným cílem výuky.

Na základě převažujícího počtu odpovědí žáků na 1. a 2. anketní otázku, lze konstatovat, že pro většinu žáků bylo zadání projektové výuky srozumitelné.

Např. jeden žák napsal: *„Mně zadání dané projektové výuky absolutně vyhovovalo, všechny požadavky byly rozepsány až skoro do detailů, byly také vyjmenovány jednotlivé kroky a doporučený postup práce na projektu. Deník byl také zajímavým zpestřením, doposud pro seminární, projektové či laboratorní práce neznámým, určitě ale nápadité rozšíření možností podrobné práce na projektu. Nemám tudíž žádné výčitky ani návrhy na zlepšení.“*

Jistě k tomu pomohla úvodní hodina, v rámci které se žáci seznámili se zadáním, s harmonogramem a s požadavky na hodnocení. Některé body byly na základě společné diskuze aktérů upraveny.

Někteří žáci navrhovali, aby se projektové výuce věnovalo více vyučovacích hodin během její samotné realizace, a to nejen ve vyhrazených konzultačních hodinách: *„Aspoň jedna vyučovací hodina ve škole, kdy bychom mohli na projektu pracovat (uprostřed) abychom se popřípadě doptali a nemuseli vše dělat doma.“*

Ukázalo se tak, že by jistě bylo vhodné, například po určité etapě v pevně vymezeném datu vyhradit jednu vyučovací hodinu ke společné diskuzi, při které by se shrnuly doposud zjištěné informace, a nastínil se průběh

další etapy. Žáci by tak měli více příležitostí se vzájemně obohacovat díky získaným zkušenostem a informacím.

Další anketní otázka směřovala k reflexi skupinové práce. Zde již jsem zaznamenal připomínky, které budu dokladovat konkrétními odpověďmi žáků.

Vhodné shrnutí nabízí odpověď jednoho z nich: *„Co se skupinových prací týče, hlavním kritériem hodnocení jsou vždy lidé v týmu. Jestliže jsou pracovití a celkově kooperativní, práce v týmu je většinou skvělá a efektivní, pokud jsou členové týmu ovšem neochotní se na projektu podílet se stoprocentním nasazením, ve výsledku se to projeví a celková práce v týmu poté zaostává. V tomto konkrétním případě šla práce od ruky, i když jsme začali na projektu opravdu pracovat pouze dva týdny před odevzdáním. Co jsem zaznamenal jako problém, bylo, že kvůli rozdělení práce mezi více členů týmu, a tudíž každý z členů pracoval na dané části tématu podrobněji, ostatní poté na stoprocent nerozuměli té části práce, na které pracoval jiný člen týmu. Možná to ale bylo pouze způsobeno, v našem případě, nedostatkem času,“* která koresponduje i s odpovědí jiného žáka: *„Nelíbilo se mi, že na práci dělat ve skupině přinášelo zmatek a nevědomost o vypracovaném materiálu dalších členů skupiny, líbilo se mi celkově vidění konečné snahy spolupracujících na projektu.“* Uvedené odpovědi opět dokladují, že by byly jistě přínosné společné diskuze po určitých etapách výuky, ve kterých by žáci mohli lépe organizovat spolupráci. Dále je třeba ještě poznamenat, že žáci se s takto pojatým stylem výuky setkali až na výjimky poprvé.

Pátá anketní otázka byla zadána úmyslně velice otevřeně. Žáci měli jmenovat problémy, s nimiž se během práce na projektu setkali. Někteří opět zmínili komunikaci se zástupci institucí, zejména pokud uvedli, že jsou nezletilí: *„Mnoho bank etc. nechce s lidmi pod 18 let moc mluvit o úvěrech etc.“* Překvapivě malý počet žáků se přiznal k problémům spojeným s jejich samotnou prací.

Objevila se zmínka o potížích s porozuměním odborným textům: *„Největší problémy byly určitě s kompletním porozuměním daných definicí a pojmů, jejich spojitostí se všemi ostatními, odvozování „vzorečků“ a způsobů*

výpočtu za účelem ověření pravdivosti údajů uváděných danými institucemi. Tudiž nic neobvyklého, jako klasicky skoro ve všech pracích podobného typu – porozumět tématu, na kterém se pracuje.“

Očekávaným problémem u žáků, kteří se s projektovou výukou setkali poprvé, byl problém s rozvržením času: „Málo času, protože jsme to ze začátku brali na lehkou váhu. Až když šlo do tuhého, začali jsme fungovat.“ Na základě rozhovorů a sledování deníků žáků můžeme usuzovat, že se s těmito problémy potýkalo daleko více žáků.

Ve svých odpovědích na poslední anketní otázku měli žáci za úkol formulovat cíl uskutečněného projektu. Uvedeme si příklady dvou odpovědí, které reprezentují nejčastější výpovědi. První z nich je očekávaná školní fráze: „*Naučit nás něco nového do života. Společnou práci ve skupině. Rozdělení práce.*“ Druhá více koresponduje s problematikou, která byla předmětem samotné výuky: „*Snažilo se nám toto zadání a vlastně celá ta práce ukázat nám, že úvěry a půjčky jsou vlastně past, u které se dá natchytat na mnoho věcí, proto bychom si úroky měly vybírat jako krajní možnost řešení finančních problémů.*“

Nejlépe, dle názoru zadavatele, vystihl ve své odpovědi cíl projektové výuky jeden ze žáků: „*Cíl byl určitě jednoznačný, a to obohatit naše znalosti týkající se finanční gramotnosti, rozšířit obzor orientace v těchto záležitostech, nabídnout zlepšení ve vypracovávání podobných projektů a opět zlepšit kvalitu našeho samostudia.*“

4.3 Výsledky a pozorování

Hlavním výzkumným cílem bylo *vyhodnocení účinnosti projektové výuky při seznamování středoškolských žáků s problematikou úvěrových produktů*. Za tímto účelem byl použit didaktický test, jehož cílem bylo zjistit, s jakými znalostmi v této oblasti žáci disponují.

Didaktický test (zadání v příloze článku) byl žákům zadán na začátku a na konci projektové výuky. Žáci dopředu o jeho zadání nevěděli. Test se skládal z 10 otázek zaměřených na základní znalosti o úvěrových produktech

stanovených v dokumentu „Standardy finanční gramotnosti“ [64]. Test byl tvořen 8 otevřenými otázkami a 2 otázkami s možností výběru a jeho zdůvodnění. Na základě porovnání výsledku obou testů u jednotlivých žáků se posuzovalo, zda žáci získali nové znalosti.

4.3.1 Výsledky didaktického testu před zahájením projektu

U otázek 2 a 4 byla správná pouze jedna odpověď. U ostatních otázek (1, 3, 5, 6, 7, 8, 9 a 10) bylo více správných odpovědí. U každé otázky byl počet správných odpovědí od všech žáků sečten a zaznamenán do tabulky (Tab. 4.2). Otázka 8 měla dvě části, které jsou v Tab. 4.2 označeny 8a, 8b.

Tabulka 4.2: Součet počtu správných odpovědí u jednotlivých otázek

Otázka	1	2	3	4	5	6	7	8a	8b	9	10
Četnost	18	17	20	2	18	37	30	27	6	5	29

Z Tab. 4.2 vyplývá, že 17 žáků ze 49 dokázalo správně rozhodnout o výhodnosti úvěru (otázka 2). Pouze 2 žáci správně určili vztah mezi RPSN a úrokovou mírou (otázka 4). Největší počet správných odpovědí byl zaznamenán u otázky 6, která se týkala splátkového prodeje.

Řízený rozhovor

Po absolvování testu byl s žáky veden řízený rozhovor, jehož výsledky nyní shrneme.

Na začátku projektu většina žáků vůbec neznala základní pojmy týkající se úvěrových produktů. Někteří uváděli, že se s některými pojmy setkali díky reklamám v médiích, ale nedokážou je vysvětlit.

Mnozí poukázali na potřebnost znalosti těchto informací, neboť jsou si vědomi, že je jistě v budoucnu budou potřebovat. Zároveň se v jedné

třídě spontánně spustila menší diskuze nad potřebnými a nepotřebnými znalostmi, které se dozvídají ve škole. Výstižně to vyjádřil jeden žák: „*Vím, kolik brv má nějaký prvok, ale netuším to je RPSN. A je to číslo, se kterým se stále setkávám.*“ Didaktický test se tak stal i motivačním prvkem projektu. Někteří žáci se již v této fázi dožadovali správných odpovědí.

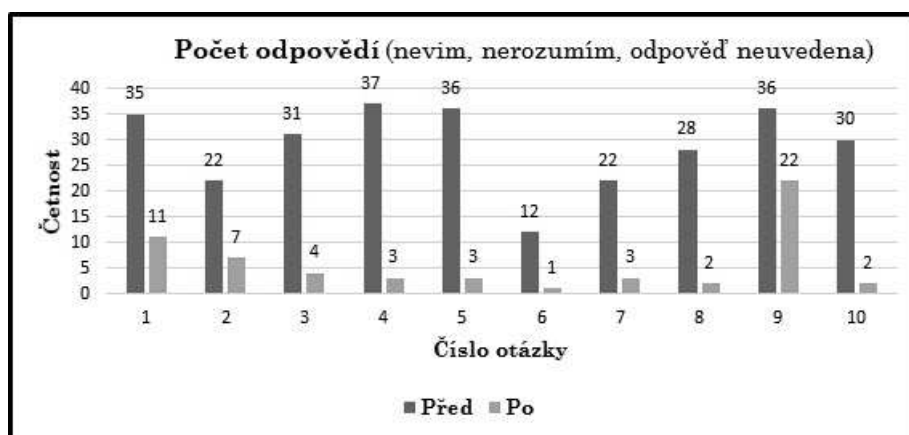
Ty jim však v této fázi nebyly poskytnuty se záměrem, aby si potřebné informace získali prostřednictvím své práce na projektu, neboť samotný trh s úvěrovými produkty se neustále mění.

Jak již bylo zmíněno, zadání didaktického testu za začátku projektové výuky motivovalo žáky k získání potřebných znalostí o úvěrových produktech. Je třeba poznamenat, že 3 žáci uvedli při rozhovorech, že se již s výukou finanční gramotnosti na základní škole setkali. Konkrétně se jednalo o předmět matematika v deváté třídě. Jejich výsledky v prvním didaktickém testu to potvrdily. Dokázali definovat RPSN, ale neuměli význam tohoto ukazatele vysvětlit, a to ani v případě, kdy měli jeho číselnou hodnotu porovnat s výší roční úrokové sazby. S úrokovou sazbou se setkali pouze v příkladech na procenta, avšak nerozlišovali roční úrokové sazby s odlišnou frekvencí připoisování úroků. Většina uvedla, že s nimi nikdo nehovořil o půjčkách a jejich skrytých nebezpečích. Uváděli, že zaslechli útržkovité informace od známých, rodinných příslušníků a některé zaregistrovali v médiích.

Dalším dokladem slabé informovanosti žáků o úvěrových produktech byly i odpovědi na otázku č. 3: „Uveď příklady poplatků, které jsou obvykle spojené se spotřebitelským úvěrem.“ Není překvapující, že se mezi odpověďmi objevil i: „poplatek za poplatek“, známý z reklam nejmenované bankovní společnosti, nebo dokonce někteří žáci uvedli i zdravotnické poplatky, tolik diskutované v době zadání testu. Mnozí však dokázali objasnit splátkový prodej (otázka č. 6: „Co si představuješ pod splátkovým prodejem?“), se kterým se v nějaké podobě, zejména v rodinném prostředí, setkali.

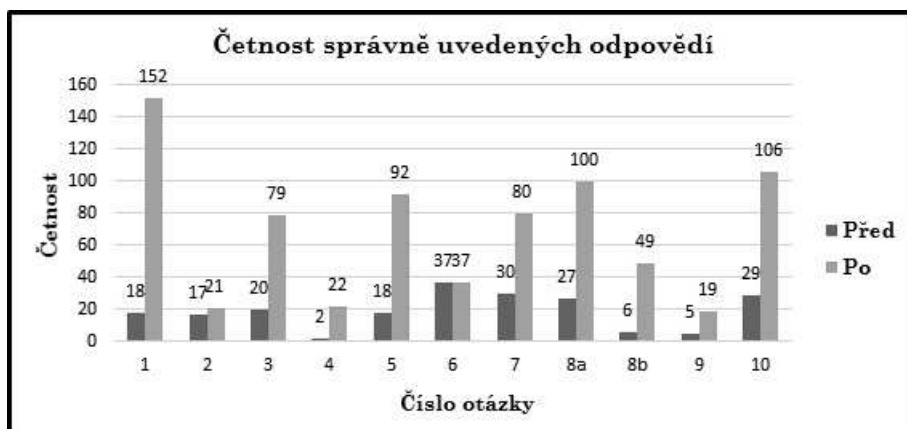
4.3.2 Výsledky didaktického testu na konci projektu

V didaktickém testu zadaném na začátku projektové výuky (ozn. „Před“) se u většiny žáků v mnoha odpovědích objevily výrazy typu: nevím, nerozumím, neznám ten pojem. Pokud však porovnáme četnosti těchto typů odpovědí u jednotlivých otázek s četnostmi na konci projektové výuky (ozn. „Po“), zjistíme, že jich razantně ubylo (Graf 4.1).



Graf 4.1: Četnosti odpovědí typu nevím, nerozumím, neuvedeno u otázek testu

V Grafu 4.2 jsou znázorněny četnosti správných odpovědí souhrnně od všech 49 žáků u jednotlivých otázek na začátku projektu a na konci projektu. Vidíme, že četnosti správných odpovědí na jednotlivé otázky jsou po ukončení projektové výuky daleko vyšší než na začátku. K největšímu nárůstu počtu správných odpovědí došlo u otázky 1, která se týkala určení vhodného ukazatele pro posouzení spotřebitelského úvěru. Naopak u otázky 6 (splátkový prodej) nedošlo k žádnému zlepšení.



Graf 4.2: Četnosti správných odpovědí u jednotlivých otázek testu

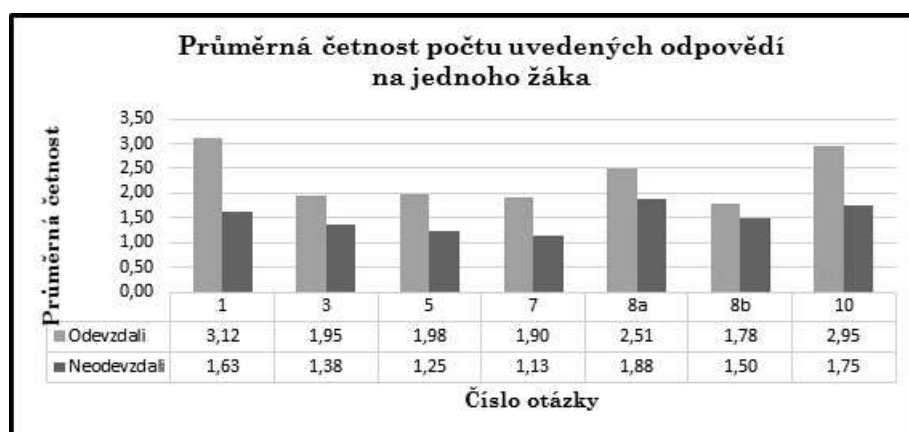
Přibýlo také více žáků s více četnějšími odpověďmi na otevřené otázky v zadaném testu (Graf 4.3).



Graf 4.3: Četnosti více četných odpovědí u jednotlivých otázek testu

Na základě porovnání deníků a závěrečných zpráv jednotlivých týmů s testy jejich řešitelů bylo zjištěno, že převážná část odpovědí korespondovala s informacemi, se kterými pracovali v průběhu projektu.

U žáků, jejichž týmy závěrečnou práci neodevzdaly, nebyl takový nárůst správných odpovědí zaznamenán (Graf 4.4). Z toho lze usoudit, že žáci, kteří na závěrečné práci projektu pracovali, tedy museli provést syntézu a analýzu informací, si jich tak více zapamatovali.



Graf 4.4: Průměrná četnost

S tím koresponduje i otázka týkající se hypotéky (otázka č. 9: „Jmenuj podobnosti a rozdíly mezi klasickou a americkou hypotékou.“), se kterou se většina žáků vzhledem k vybraným produktům neseznámila. Pouze dva týmy, které zamýšlely koupit bytu či jeho rekonstrukci, ve své práci zvažovaly pouze klasický hypoteční úvěr. S podmínkami americké hypotéky se tedy neseznámil žádný z týmů. Tato otázka se tak stala jedinou, u které nebyl zaznamenán zvýšený nárůst správných odpovědí (Grafy 4.1 a 4.2).

Z výše uvedeného je zřejmé, že projektová výuka zaměřená na úvěrové produkty přinesla v této oblasti výrazné zlepšení znalostí žáků.

4.3.3 Další výsledky a pozorování

Dílejší výzkumné otázky, které byly na začátku šetření položeny, byly:

- Jak reflektují aktéři (učitel i žáci) realizovanou projektovou výuku?
- Jaké změny by bylo potřebné v projektové výuce uskutečnit?
- Jaké posuny v osobnostním i kognitivním rozvoji se u aktérů zaznamenaly?

Nyní se na ně pokusíme odpovědět. Budeme vycházet jednak z vyhodnocení projektu, jednak z výsledků získaných na základě online dotazníku.

4.3.4 Jak reflektují aktéři (učitel i žáci) realizovanou projektovou výuku?

Projektová výuka měla pozitivní ohlas u zúčastněných aktérů. Za zpestřující aspekt projektové výuky považovali žáci *Deník práce na projektu*. Jeho přínos spatřovali zejména při práci na závěrečné zprávě a v závěrečné diskuzi. Vypracování závěrečné zprávy projektové výuky bylo pro žáky nejobtížnější úkol. Velmi cenným přínosem pro oba aktéry výzkumu byla prezentace jednoho z provedených projektů a společná závěrečná diskuze, v rámci které se zhodnotila projektová výuka a poukázalo se na některé nedostatky.

4.3.5 Jaké změny by bylo potřebné v projektové výuce uskutečnit?

Jako nejzávažnější nedostatek byl označen časový rámec celé výuky. Při práci na projektu byl kladen velký důraz na samostatnou práci jednotlivých týmů. Projektové výuce byly věnovány pouze dvě vyučovací hodiny. Při závěrečné diskuzi se tak dospělo ke shodě, že by bylo jistě velmi přínosné, aby diskuze, týkající se prací na projektu, byly realizovány již po určitých fázích.

Staly by se jistě velmi vítaným motivačním prvkem výuky pro oba aktéry. Zároveň by se lépe koordinovala práce jednotlivých týmů a eliminovaly by se tak i další zmiňované problémy.

4.3.6 Jaké posuny v osobnostním i kognitivním rozvoji se u aktérů zaznamenaly?

Z výše uvedeného jednoznačně vyplývá, že projektová výuka byla pro aktéry výzkumu přínosná jak v jejich osobnostním, tak i v jejich kognitivním rozvoji.

Žáci si jednak osvojili základní znalosti týkající se úvěrových produktů, ale také se zároveň naučili, že je třeba si veškeré dostupné informace ověřit u více zdrojů. V případě číselných údajů není dostačující je pouze porovnat, ale je třeba je interpretovat a hledat jejich hlubší význam s ohledem na další důležité rozhodující faktory.

Naučili se, že skupinová práce může být efektivní pouze za předpokladu, že se všichni členové týmu plnohodnotně spolupodílejí v práci na projektu. Je třeba dobré koordinace členů, a to zejména s ohledem na jejich časové možnosti, schopnosti a dovednosti.

Závěr

Tento článek zmapoval realizaci a vyhodnocení projektu „*Úvěrové produkty*“, k němuž bylo užito metody akčního výzkumu. K vyhodnocení účinnosti projektové výuky byla využita analýza získaných dat prostřednictvím didaktického testu, pozorování, deníků práce a vyhodnocení výstupní práce jednotlivých týmů žáků.

V rámci realizace projektové výuky si žák prohlubuje dovednost samostatné práce bez pomoci učitele. Učí se organizovat svoji práci vytvářením časového plánu dle potřeb a domluvy s ostatními členy své pracovní skupiny. Rovněž si sám nalézá efektivní strategie vedoucí k řešení problému.

Zjišťuje, že je více možných variant. Žák tak získává dovednosti použitelné v praxi.

Žák při projektové výuce využívá získaných znalostí a dovedností v práci s informačními a komunikačními technologiemi. Zejména se jedná o jeho schopnosti využívat je ke shromáždění potřebných informací, jejich analýze a kritickému vyhodnocení. Cílem je, aby žák použil ty informace, u kterých si ověří jejich věrohodnost, a to s využitím alternativních informačních zdrojů. Žák dále při výuce uplatňuje své dovednosti s editory na zpracování grafických a textových informací s ohledem na estetická, typografická, stylistická, legislativní a jiná pravidla tvorby kvalitního odborného textu.

Dospěli jsme k závěru, že v rámci projektové výuky si žáci a jejich učitelé neosvojují jen požadované znalosti z vybrané problematiky, ale zároveň i získávají další cenné zkušenosti, které naleznou uplatnění v jejich dalším studiu a v zaměstnání. Projektová výuka tak jistě naplňuje koncept badatelsky orientované výuky.

Kapitola 5

Výuka počítačových sítí v prostředí simulačního software metodou BOV

5.1 Úvod

Součástí vysokoškolské přípravy počítačových odborníků i budoucích učitelů ICT je předmět zaměřující se na výuku problematiky principů počítačových sítí. Studenti si v této oblasti musí osvojit řadu teoretických znalostí a zároveň je zde kladen důraz na praktičnost [68], a proto je náročné správně a záživně popsat a vysvětlit důležité body jen pomocí běžných výukových postupů a animací [68]. Studenti často hodnotí předměty vyučující tuto problematiku jako nudné a bez vzdělávacího efektu [68]. Studium síťových protokolů je však nezbytné pro porozumění chování a charakteristik sítí [69], a je tedy vhodné zařadit do výuky i nástroje, které by umožnily studium chování jednotlivých síťových protokolů za různých podmínek definovaných uživatelem [70].

5.2 Nástroje pro podporu výuky principů počítačových sítí

Na základě požadavků na praktickou zkušenost studentů v problematice výuky počítačových sítí vzniklo několik přístupů, mezi něž patří vytvoření hardwarové laboratoře, realizace virtualizované sítě a použití simulačního software.

5.2.1 Hardwarové laboratoře

Požadavek na vysokou míru realističnosti zkušeností studentů v oblasti počítačových sítí naplňují laboratoře obsahující reálná hardwarová zařízení [71]. Vedle výhod spojených s možností pracovat se skutečnými síťovými zařízeními však tento přístup skrývá řadu úskalí. Jedním z největších je finanční náročnost řešení, zejména pak náklady na pořízení takové laboratoře, které překračují možnosti řady vzdělávacích institucí [71]. Momeni a Kharrazi dále upozorňují na nutnost, aby byli studenti fyzicky přítomni v laboratoři, a zároveň se domnívají, že tento přístup neposkytne dostatečně hlubokou znalost konceptů počítačových sítí [72].

5.2.2 Virtualizované sítě

Protože pořízení a údržba hardwarových síťových laboratoří skrývá řadu problémů, je možné tyto laboratoře nahradit sítěmi virtualizovanými. Tehdy je stávající počítačová infrastruktura využita ke spuštění virtuálních počítačů, které jsou propojeny do počítačové sítě s potřebnou konfigurací [71]. Jednotlivé virtuální počítače mohou být spuštěny na jednom fyzickém počítači, možné je i spuštění virtuálních počítačů na různých fyzických počítačích [68]. Díky virtualizaci se není třeba obávat poškození mateřského počítače nevhodným nastavením [68]. Domníváme se však, že stejně jako v případě hardwarových laboratoří je i zde problematická výuka konceptů počítačových sítí.

5.2.3 Simulační software

Odlišný přístup poskytuje tzv. simulační software. Simulační software obsahuje zjednodušený model určité reálné situace, kdy uživatel zadává modelu vstupní podmínky, software je zpracovává podle interních vztahů a pravidel a poskytuje zpětnou vazbu ve formě reakce modelu na zadané vstupní podmínky [73]. Výhodou je svoboda uživatele, neboť obvykle existuje několik způsobů řešení, a podpora zkušenostního učení – student může experimentovat, získávat a zdokonalovat dovednosti, které budou použitelné v reálné situaci [73]. Simulační software je užitečný zejména tam, kde by trénování požadovaných dovedností bylo náročné, nebezpečné, dlouhodobé, nákladné nebo jinak neakceptovatelné [73].

V případě počítačových sítí umožňuje simulační software studentům tvořit a konfigurovat síť bez potřeby fyzických síťových zařízení [74]. Nepřítomnost fyzických zařízení na jedné straně přináší výhodu v podobě nižších finančních nákladů a snížení nutnosti správy laboratoře [74], [68], na straně druhé však neumožňuje studentům získat manuální dovednosti, jako je například fyzické zapojování kabeláže [74]. Ačkoliv nelze simulační software považovat za plnohodnotnou náhradu hardwarové laboratoře, v souladu s názorem Al-Holou et al. [75] se domníváme, že může být použit ke zlepšení studentova porozumění a nahradit některé aspekty počítačové laboratoře.

Na trhu existuje velké množství simulačního software, zabývajícího se oblastí počítačových sítí, avšak značná část z něj je určena k výzkumným účelům. Tyto nástroje jsou velice komplexní a poměrně náročné na použití, a proto jsou pro výuku nevhodné [74]. Studenti, zejména pak nováčci, potřebují naopak snadno použitelné nástroje, které jim pomohou vytvořit patřičné kognitivní modely [74]. K tomuto účelu se hodí především schématické modely sítí, jako je Cisco Packet Tracer a GNS3 [74].

Cisco Packet Tracer. Cisco Packet Tracer je výukový simulační software, který umožňuje vytvářet různé topologie počítačových sítí, konfigurovat je a testovat jejich funkcionalitu. Testování vytvořené sítě je založeno na

zasílání zpráv mezi jednotlivými zařízeními sítě, přičemž je možné přepínat mezi testováním v reálném čase a krokovým testováním. Při testování v reálném čase je u každé zprávy zobrazena pouze informace, zda bylo její zaslání úspěšné nebo nikoliv. Krokové testování umožňuje krokovat průchod zprávy sítí a na každém zařízení v síti zobrazit informaci, jaké operace dané zařízení se zprávou provádí. Tyto informace lze využít pro hledání chyb v implementaci sítě i k výuce principů fungování prvků a protokolů v sestavené síti.

Step 4: Change the default DHCP range of addresses.

- a. Notice the starting IP address is updated to match the same network as the linksys device: **192.168.5.100**.
- b. Change the Starting IP Address from **192.168.5.100** to **192.168.5.25**.
- c. Change the Maximum Number of Users to: **75**
- d. Scroll to the bottom of the GUI page and click **Save Settings**.
- e. Scroll back up to the DHCP Settings to ensure the change is made.
 - Notice the range of address available to clients has updated to reflect the change.
- f. Close the linksys configuration window.

Step 5: Configure DHCP on the client workstations

- a. Enable DHCP on PC0
 1. Click on PC0.
 1. Click on the **Config tab** > **FastEthernet** sub-menu.
 1. Enable DHCP by selecting the radio button
 - Notice that an IP address and subnet mask is automatically assigned.
 2. Close the configuration window.
- b. Observe the IP configuration of a client that does not have DHCP enabled.
 1. Click on PC1.
 1. Click on the **Desktop tab** > **Command prompt**.
 1. Type: ipconfig and hit enter.
 - Notice that all settings are set to 0.0.0.0. No IP address is assigned statically, and the PC has not obtained an address automatically from DHCP.
- c. Enable DHCP on PC1 and PC2, following the same steps as above.

Obr. 5.1: Aktivita v Packet Tracer z kurzu CCNA [76]

Pro výuku počítačových sítí v prostředí Cisco Packet Tracer vznikla celá řada výukových materiálů. My jsme prostudovali oficiální výukové aktivity, které jsou dostupné v rámci kurzu CCNA Discovery Home Small Business Networking [77]. Tyto aktivity jsou koncipovány formou instruk-

táže, kdy studenti postupně plní krok za krokem zadané úkoly vedoucí k vytvoření a zprovoznění simulované sítě a na závěr nechají aplikaci ověřit, zda postupovali správně. Ukázka jedné z aktivit je zobrazena na obrázku 5.1.

Podle našeho názoru takto koncipované aktivity neumožňují studentům samostatně objevovat funkcionalitu sítě a utvářet průběžně jejich znalosti. Zároveň se domníváme, že simulační prostředí jako je Packet Tracer by přístup kladoucí důraz na samostatné objevování studentů umožňoval. Jako vhodný přístup se nám jeví zejména metody zahrnující prvky BOV.

5.3 Výuka coby propojení simulačního software a metod BOV

Při přípravě studentů ICT jsme řešili otázku, jak aktivně studenty zapojit do výuky problematiky počítačových sítí, která se jeví být poměrně teoretickou oblastí. V souladu s Makasiranondh [74] se domníváme, že nejlepším přístupem je využití simulačního software. Jak uvádíme výše, samotný simulační software však ještě nemusí zajistit aktivní práci studentů, a proto jsme do naší výuky v prostředí simulačního software začleňovali prvky BOV, přičemž jako samotný simulační software jsme použili Cisco Packet Tracer.

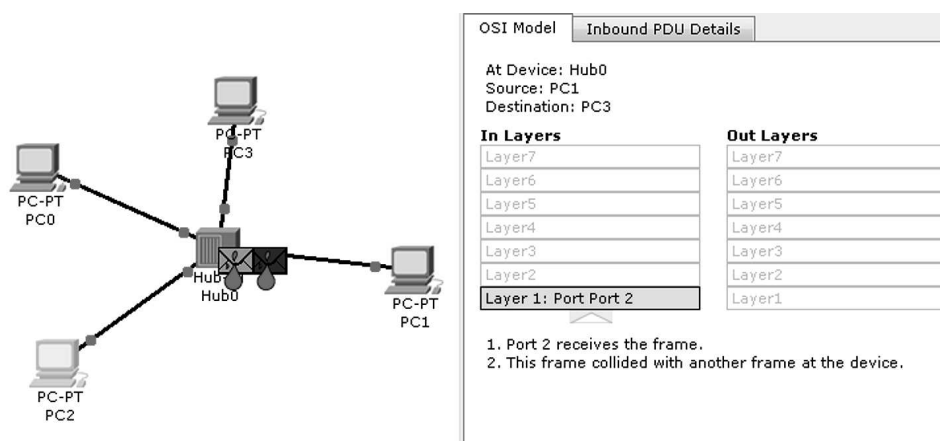
5.3.1 Základní principy výuky

Během návrhu výuky v simulačním software jsme se snažili vyhýbat úlohám, ve kterých by studenti měli sestavovat a konfigurovat novou síť podle určitého návodu. Naopak jsme pro studenty připravovali sítě s určitou konfigurací, přičemž úkolem studentů je pozorovat činnost takových sítí, na což teprve navazuje další činnost studentů. Jak uvádí Wong et al., k takovým experimentům jsou potřebné velmi nízké vstupní znalosti studentů a potřebné znalosti je možné utvářet průběžně [78].

Při návrhu výuky jsme se zaměřili na následující typy badatelsky orientovaných aktivit:

- objevování funkcionality prvků sítě
- objevování funkcionality síťového protokolu
- odhalování chyb v síti

Objevování funkcionality prvků sítě. Pro studenty byla připravena funkční síť a úkolem studentů je objevit funkcionalitu nějakého prvku a odpovédět na otázku „Jak to funguje?“. Možným příkladem může být lokální síť hvězdicové topologie, v jejímž středu je jako aktivní síťový prvek hub. Studenti mají na základě pozorování pohybu paketů v síti definovat funkcionalitu tohoto hubu. Po rozšíření sítě o další zařízení je možno klást studentům náročnější otázky, například „Jaká rizika skrývá vytvoření lokální sítě, kde budou jako aktivní zařízení použity huby?“. Studenti mají odpověď pochopitelně nalézt na základě experimentování se simulovanou sítí, přičemž problém kolize paketů je zachycen na obrázku 5.2.

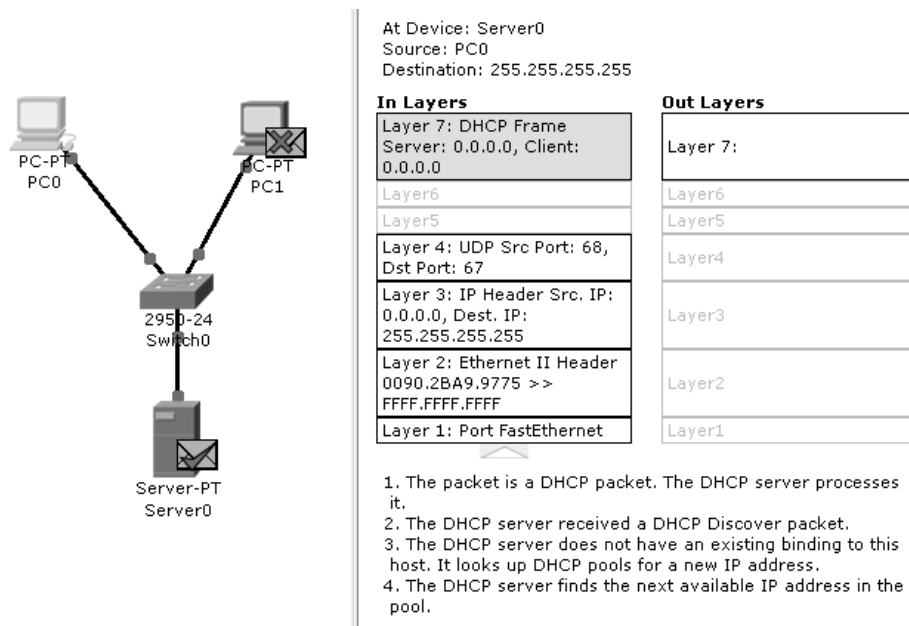


Obr. 5.2: Kolize paketů při použití hubu

V druhé části úlohy jsou huby vyměněny za switche, na což opět naváže experimentování studentů se sítí. Na základě manipulace se sítí mají stu-

denti odpovědět na další otázky zadané učitelem, například „Jaký je rozdíl switche oproti hubu?“ nebo „Jakou funkcionalitu musí mít switch oproti hubu navíc, aby naplnil tyto požadavky?“.

Objevování funkcionality síťového protokolu. Obdobou úloh na objevování funkcionality určitého prvku sítě je objevování principu činnosti určitého síťového protokolu. V takových úlohách studenti odpovídají na otázku: „Jaký je princip činnosti...?“.

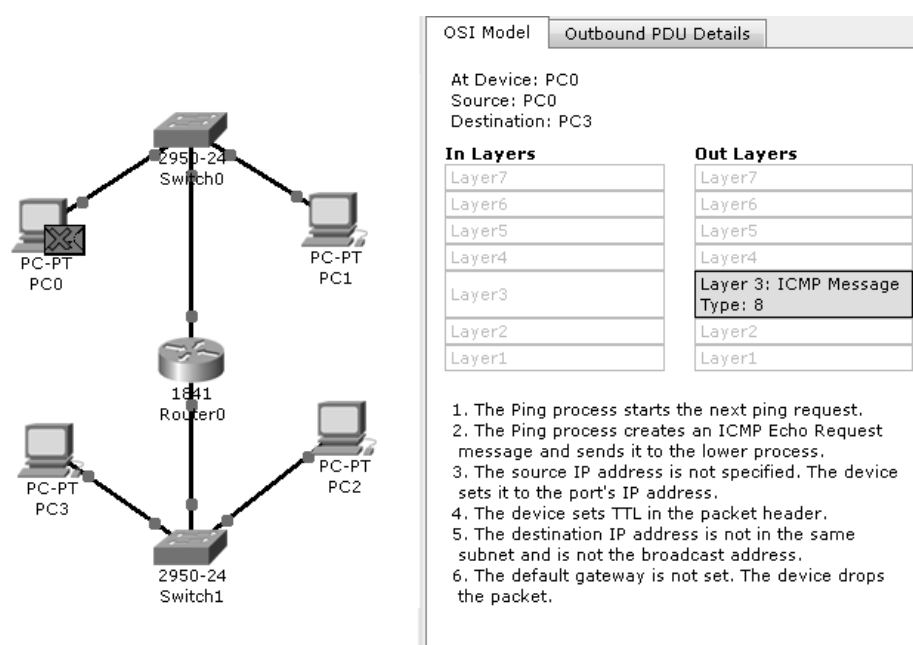


Obr. 5.3: Proces přidělení IP adresy z DHCP serveru

Příkladem může být objevování principu přiřazování IP adres z DHCP serveru. Studenti mají na základě experimentování v připravené síti zjistit, jaká komunikace probíhá mezi klientem žádajícím o přidělení IP adresy a DHCP serverem (jeden z kroků je zachycen na obrázku 5.3). Následně mají

studenti vytvořit slovní popis modelu této komunikace. Rozšířením původní úlohy pak je na základě vhodné úpravy sítě objasnit, jak probíhá přidělování DHCP adresy v prostředí se dvěma rovnocennými DHCP servery.

Odhalování chyb v síti. Odlišným typem úloh je odhalování záměrně vytvořené chyby v jinak funkční síti. Pro studenty byla připravena síť, která však není zcela funkční, a úkolem studentů je odhalit chybu v síti a v ideálním případě ji také opravit. Studenti mají odpovědět na otázku: „Proč to nefunguje?“. Tyto úlohy byly navrženy především jako motivační při začátku probírání nového tématu.



Obr. 5.4: Zahození paketu z důvodu nenastavené výchozí brány

Příkladem může být síť, která se skládá ze dvou podsítí oddělených routerem. Komunikace v každé podsíti funguje bez problémů, avšak, jak

studenti sami při experimentování zjistí, pakety „neprocházejí skrze router“. Úkolem studentů je pochopitelně odhalit, proč se toto děje, a chybu opravit. Studenti v tomto případě mají odpověď nalézt na základě experimentování s předloženou sítí, přičemž na obrázku 5.4 je zobrazen dialog, který studentům důvod chyby napovídá. K tomuto dialogu se musí však studenti propracovat sami v průběhu experimentování se sítí.

5.3.2 Role učitele a studenta

Při realizované výuce založené na BOV se mění role studentů a učitele, známé z klasické frontální výuky. Učitel při výuce nepředává studentům hotové znalosti, ale pouze řídí běh hodiny a případně individuálně konzultuje se studenty jejich postup řešení. Studenti se při výuce stávají aktivními řešiteli problémů, přičemž jejich aktivita není definována přesně daným návodem.

Role učitele. Učitel na počátku každého úkolu stanoví otázky, které mají studenti zodpovědět, a případně naznačí postup, jakým je možné řešení úkolu dosáhnout. Podle toho, zda studentům odhalí možný postup řešení či nikoliv, učitel využívá buď strukturovaného, nebo nasměrovaného BOV.

Učitel během práce individuálně konzultuje postup řešení nebo parciální výsledky se studenty, kteří o to projeví zájem, nebo se studenty, kteří nedokáží dále postupovat samostatně. Pro tyto případy byl vytvořen systém návodných otázek, pomocí nichž učitel studentům pomáhá překlenout problematickou pasáž řešení problému.

Role studenta. Student na základě otázek stanovených učitelem určuje postup své práce se simulovanou sítí (pokud tento postup nenavrhne učitel). Následně podle tohoto postupu samostatně manipuluje se sítí a nalézá přitom odpovědi na otázky stanovené učitelem, na což by mělo navázat vytvoření představy o fungování prozkoumávané části sítě a slovní formulace

závěrů. Ačkoliv studenti pracují samostatně, mohou průběžně jednotlivé části své práce konzultovat se svými sousedy v učebně nebo i s učitelem.

Na konci každého úkolu je naplánována diskuze zjištěných výsledků, kdy učitel zastává roli moderátora a případně shrnuje a zobecňuje závěry, které studenti prezentují. Učitel v této fázi může položit další rozšiřující otázky, na které by studenti na základě zkušenosti s předloženou sítí měli reagovat.

5.3.3 Pilotní testování výuky

Pilotní testování uvedené výuky proběhlo na dvou skupinách studentů na Pedagogické fakultě Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích na podzim 2013. První skupina byla tvořena deseti studenty učitelství ICT a čtyřmi studenty neučitelského ICT studia. Druhá skupina studentů byla tvořena devatenácti studenty neučitelského ICT studia. V obou skupinách bylo odučeno osm dvouhodinových bloků, přičemž většina výuky byla založena na výše uvedených badatelsky orientovaných aktivitách v prostředí Cisco Packet Traceru.

5.3.4 Zjištění získaná z pozorování výuky

Průběh výuky odpovídal stanovenému plánu, studenti se sítí aktivně experimentovali, plnili zadané úkoly a hledali odpovědi na námi předkládané otázky. Oproti našim předpokladům však často nepromýšleli postup své práce a snažili se spíše nalézt odpovědi systémem pokus-omyl. Jestliže jejich snažení nevedlo k očekávaným výsledkům, žádali o pomoc své sousedy v učebně. V tomto ohledu se ukázalo být prospěšné, že skupina studentů učitelství byla doplněna o studenty neučitelského ICT studia. Tito studenti byli při práci obvykle úspěšnější (například z důvodu zkušenosti s problematikou již ze střední školy) a průběžně pomáhali svým sousedům, kteří si nevěděli rady.

Studenti, kteří dokončili zadaný úkol, obvykle diskutovali s učitelem svá zjištění a závěry, ke kterým došli. Někteří studenti dále manipulovali

s předloženou sítí. Nejčastěji doplňovali síť o další prvky a zkoumali její funkcionalitu v nové konfiguraci. Někteří studenti však místo rozšiřování sítě pokračovali v badání nad daným problémem nad rámec zadání. Například v případě objevování funkcionality switchu a hubu upravili síť tak, aby obsahovala jeden switch a jeden hub, a zkoumali, jak budou obě zařízení vzájemně interagovat.

Během výuky jsme zaznamenali problém, kdy student nedokázal využít postupy naučené v rámci simulačního prostředí na práci s reálným hardware. Konkrétně šlo o nastavení Wi-Fi routeru pomocí webového rozhraní z internetového prohlížeče připojeného počítače. Ačkoliv daný student v rámci simulačního software postup zvládl, při práci s reálným Wi-Fi routerem neuměl do administračního prostředí routeru vstoupit. Ukazuje se tak, že transformace kompetencí získaných v simulačním prostředí do reálného světa není automatická. Rychlejší vytvoření univerzálního mentálního modelu problematického pojmu však patrně může umožnit kombinace simulačního software a reálného hardware.

Abychom ověřili přínos výuky i z pohledu studentů, rozhodli jsme se realizovat jednak dotazníkové šetření mezi studenty a posléze i s vybranými studenty provést skupinový rozhovor.

5.3.5 Hodnocení výuky studenty

Dotazníkové šetření. Po skončení výuky byli všichni studenti požádáni o vyplnění krátkého dotazníku, ve kterém se měli vyjádřit k přínosu a negativům proběhlé výuky. Dotazník obsahoval čtyři otevřené otázky:

- Jak hodnotíte uplynulou výuku v simulačním prostředí Packet Tracer?
- Jaký spatřujete přínos realizované výuky v simulačním prostředí Packet Tracer?
- Jaké spatřujete slabiny realizované výuky v simulačním prostředí Packet Tracer?

- Jak byste doporučili výuku zlepšit?

Studenti vesměs hodnotili výuku jako přínosnou a atraktivní. Vyzdvihovali možnost učit se principy fungování počítačových sítí na základě vlastní zkušenosti a „interaktivitu výuky“. Oceňovali též absenci nutnosti sestavovat fyzickou síť a s tím související možnost experimentovat se sítí bez rizika poškození reálného HW. Někteří studenti si všimli použitých výukových metod, které dle jejich názoru nabádají k samostatnému myšlení a umožňují pracovat samostatně.

Mezi náměty na zlepšení výuky patřil požadavek zaměřit celý kurz více prakticky a nepracovat pouze v simulačním prostředí¹. Další připomínky se týkaly náročnosti výuky – zatímco někteří studenti by si přáli řešit také složitější problematiku (například pokročilé routování), jiní hodnotili negativně příliš odborné diskuze učitele s některými studenty. Negativní ohlasy na použité metody BOV jsme nicméně nezaznamenali.

Skupinový rozhovor. Se čtyřmi vybranými absolventy kurzu z řad studentů učitelství jsme realizovali skupinový polostrukturovaný rozhovor, ve kterém jsme se zaměřili především na rozbor negativ výuky, ke kterým se studenti v dotazníkovém šetření mnoho nevyjadřovali. Z rozhovoru vyplynulo, že překážkou pro efektivní práci v simulačním prostředí jim byla nedostatečná znalost teoretických konceptů. Ty sice byly probírány na přednáškách, avšak oslovení studenti se jich z různých důvodů neúčastnili. Oslovení studenti také přiznali, že často neměli dostatečnou znalost odborné angličtiny pro plnohodnotnou práci v simulačním prostředí. Tento nedostatek se snažili řešit překladem potřebných informací pomocí překladáče.

Z rozhovoru vyplývá, že oslovení studenti v souladu s dotazníkovým šetřením považovali výuku celkově za přínosnější než klasickou frontální výuku, ve které jsou jim předkládána hotová fakta. Na náš dotaz, zda měli pocit, že

¹Zde popisovaná výuka byla součástí rozsáhlejšího kurzu, který obsahoval i práci s reálnými síťovými prvky. Uznáváme však, že jsme důraz kladli badatelsky orientovanou výuku v simulačním prostředí.

se naučili pracovat jako technici, kteří hledají chybu v síti, studenti odpovíděli, že nikoliv – pro tento přístup by podle jejich názoru bylo potřeba více času a chyběly jim potřebné teoretické znalosti, jak je diskutováno výše.

Podle účastníků rozhovoru je možno si díky použitému stylu výuky zapamatovat zprostředkovávané informace lépe než při frontální výuce. Simulační prostředí pro výuku počítačových sítí (bez ohledu na použitou výukovou metodu) pak hodnotí jako vhodné. Důvodem je především nižší finanční náročnost řešení, názornost prostředí a také schopnost aplikace informovat uživatele, z jakého důvodu simulovaná síť není schopna doručit požadované zprávy.

5.4 Závěr

Realizovaná výuka metodou BOV v simulačním prostředí splnila svůj hlavní cíl, tedy prostřednictvím aktivní činnosti studentů zlepšit jejich porozumění principům počítačových sítí. Pozorováním ve výuce bylo zjištěno, že studenti se sítí aktivně pracovali (a to i nad rámec zadání), avšak často hledali řešení bez promyšlení postupu práce. Samotní studenti hodnotili výuku jako přínosnou a atraktivní, přestože se zřejmě nenaučili pracovat jako odborníci spravující počítačové sítě, což by měl být jeden z důležitých přínosů BOV. Výuka založená na propojení BOV a simulačního software se jeví jako vhodná, podle našich zkušeností však nedokáže plnohodnotně nahradit aktivity zaměřené na práci s reálným HW.

Kapitola 6

Simulace náhodných množin

Tato kapitola přináší do výuky nové téma Simulace náhodných množin jako spojení informatických a matematických dovedností. Jejich synergie pomáhá tvořivou formou objevovat, charakterizovat a modelovat jevy reálného světa. Objevování a používání generátoru pseudonáhodných čísel při řešení úloh nutí uvažovat o základních pojmech statistiky a pravděpodobnosti, zatímco jejich nástroje a termíny jsou užívány mimoděk. Tvorba algoritmů s jejich okamžitou grafickou reprezentací může pomáhat budovat v myšlení žáků aparát nutný k pochopení některých principů těchto dvou oborů matematiky, jejichž význam ve světě kolem nás neustále roste.

6.1 Úvod

Studie si klade za cíl popsat situace, které nastaly při zasazení tématu badatelským přístupem do výuky na střední škole. Chce ověřit hypotézu, že žáci druhých ročníků gymnázia, kteří prošli krátkým kurzem programování, jsou schopni vytvářet jednoduché modely prostorových bodových procesů. Takové modely jsou dnes běžnou součástí kurikula různorodých předmětů na odděleních aplikovaných přírodních věd vysokých škol. Navržená metoda předpokládá základní programovací schopnosti žáků, snaží se je využít

a dále rozvíjet. Právě na ně se hojně a s kladným ohlasem zaměřuje moderní výuka informatiky a výpočetní techniky po celém světě [79], [80]. Tento trend je podpořen několika připravenými i vznikajícími prostředími, která jsou učebním potřebám přizpůsobena a zmiňujeme je dále.

Jednoduchým příkladem zasazení programování do výuky matematiky může být např. aplikace Turtle Pond [81], umístěná na oficiálním webu americké Národní rady učitelů matematiky (National Council of Teachers of Mathematics, NCTM). Úkolem aktivity je pomocí sekvence sestavené z programovacích tlačítek (otočit, vpřed, vzad) dostat želvu do rybníku. V rámci NCTM standardů je tato aplikace doporučena už od předškolního věku do 2. třídy. Pro starší ročníky lze přidávat překážky a měnit úhel otočení ve stupních po menších krocích.

Na druhém stupni základní školy lze již využít pokročilejších programovacích prostředí určených do výuky. V současnosti mezi nejpoužívanější patří Scratch, Imagine Logo, Touch Develop či programovatelné stavebnice Lego Wedo a Lego Mindstorms. Studie z celého světa ([82], [28] a další) ukazují, že zasazení těchto témat do výuky může mít pozitivní vlivy na vnímání matematiky jako součásti běžného života a pomáhá aktivovat dětské úvahy o každodenních matematických zkušenostech.

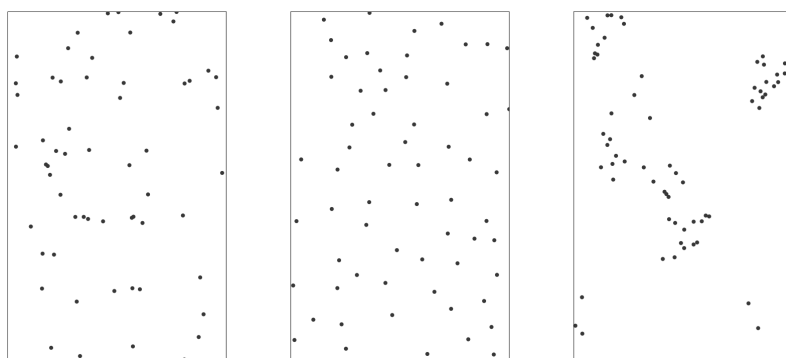
6.2 Simulace bodových procesů

Téma simulace náhodných množin (resp. bodových procesů) a analýza jejich vlastností je moderní obor statistiky, který zaznamenal díky dostupnosti výpočetní techniky v posledních dvaceti letech velký rozvoj [83]. Mimo matematiky nachází uplatnění v oborech biologie a medicíny, meteorologie, geografie, astronomie, lesnictví a dalších.

Statistika bodových procesů se snaží analyzovat geometrické struktury množin, které byly vytvořeny objekty náhodně rozmístěnými v jedno-, dvou- či třírozměrném prostoru. Například pozice stromů v lese, vodoměrek na hladině rybníka nebo galaxií ve vesmíru. Tyto objekty přirozeným způsobem

reprezentuje pomocí bodů a případně i kót. Body popisují umístění objektů a kóty poskytují přídatné informace jako velikost, typ, tvar apod.

Vizuální prozkoumání mnohdy nabízí rychlou kvalitativní charakterizaci typu množiny a může naznačovat i korelace společně s kótami nebo vlivy různých struktur mezi sebou. Obrázek 6.1 ukazuje příklady tří množin, u kterých lze celkem intuitivně odhadnout, o jaký typ se jedná. Pro přesnější kvantifikaci, standardizaci a jemnější rozlišení mezi typy prostorového chování je později potřeba sáhnout po vhodných metodách statistiky, které poskytují mnohem podrobnější informace o daných strukturách, než lze rozeznat pouhým okem.



Obr. 6.1: Tři různé množiny bodů – vlevo náhodná, uprostřed pravidelná, vpravo se shluky.

6.3 Výběr experimentu

Je všeobecně známo, že pro mnoho studentů středních a vysokých škol patří statistika a pravděpodobnost dlouhodobě mezi nejneoblíbenější předměty. V tradiční podobě zahrnuje množství složitých vzorců a dlouhých výpočtů z tabulek. Bez dostatečných zkušeností nejsou edukanti schopni vhodně aplikovat její metody na problémy reálného světa a při řešení příkladů se obvykle zaměří na „výběr správného vzorce“.

Ukázalo se, že v individuálních případech může simulace náhodných množin a jejich následná statistická analýza sloužit jako předmět studia s vysokou mírou vnitřní motivace [84]. Díky grafické reprezentaci a intuitivnímu využití různých typů rozdělení pravděpodobnosti (rovnoměrné, binomické, normální a Poissonovo rozdělení) matematického software už v počáteční fázi si student buduje vlastní přístup k uchopení těchto pojmů a díky modelování abstrahuje souvislosti tohoto aparátu do reálného světa.

V rámci studie jsme provedli experimentální akční výzkum, jehož cílem je prozkoumat jednotlivé aspekty reality související se zasazením tématu simulace náhodných množin do výuky na střední škole.

Při didaktické transformaci tématu pro úroveň žáků SŠ (resp. VŠ) vyplývala jako klíčová kompetence nezbytná ke studiu a následnému porozumění látce právě schopnost programování. Jak zmiňujeme výše, tento předpoklad lze naplnit už na základní škole. Žákům druhého stupně nedělá problémy v jednoduchém prostředí pochopit a používat potřebné základní struktury, kterými jsou cykly, podmínky a proměnné. Proto jsme jako výchozí prostředí zvolili právě Scratch vyznačující se svým přívětivým uživatelským rozhraním, ve kterém může někomu skládání bloků při tvorbě procedur připomínat stavění z kostiček Lega. Dodejme, že jsme při vytváření kurikula experimentovali i s modelováním množin v programu GeoGebra, jenž kromě nákresny a algebraického okna nabízí i tabulkový procesor a pravděpodobnostní kalkulačku s vybranými rozděleními pravděpodobnosti. Simulace procesů v něm však nelze jednoduše automatizovat a proto jsme od něj upustili.

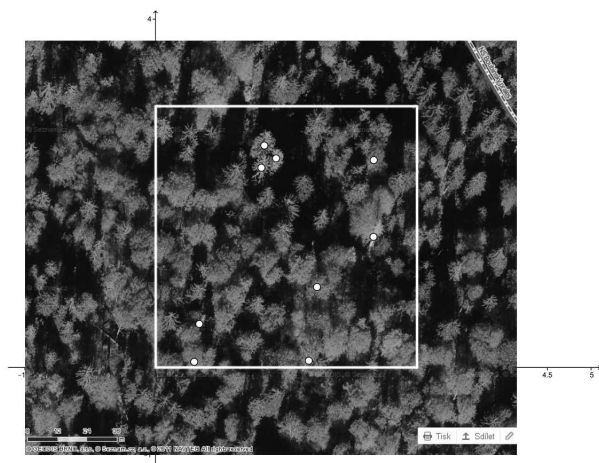
6.4 Zasazení do výuky

Cílem výuky je vlastní návrh sady algoritmů každého žáka. Učební proces by měl rozvíjet klíčové kompetence vzdělávací oblasti *matematika* podle RVP pro gymnaziální vzdělávání – zejména analyzování problému a vytváření plánu řešení, tvorba algoritmů, volba správného postupu řešení problémů a jejich vyhodnocení vzhledem k zadaným podmínkám, rozvíjení zkušenosti

s matematickým modelováním a práci s modely, k poznávání mezí jejich použití a vědomí, že realita je složitější než její matematický model, rozvíjení dovednosti pracovat s různými reprezentacemi, rozvíjení geometrického vidění a prostorové představivosti a v neposlední řadě osvojování základních pojmů statistiky a pravděpodobnosti. Téma se snaží podpořit přecházení žáků tam a zpět mezi světem objektů (reálný svět kolem nás) a světem myšlenek (matematika a programování) a propojení obou těchto světů.

Výzkum probíhal ve druhých ročnících gymnázia (dvě třídy čtyřletého gymnázia a jedna třída víceletého) v rámci tří vyučovacích hodin informatiky. Časová dotace předmětu na dané škole jsou dvě hodiny týdně. Samotnému experimentu předcházelo v rámci běžného rozvrhu šest vyučovacích hodin základů programování v prostředí Scratch. Cílem tohoto bloku bylo získání nutných technických dovedností. Konkrétně byli žáci vedeni k orientaci v prostředí Scratch a jeho souřadnicového systému, popisu přesných postupů libovolných činností (vytváření algoritmů), používání podmínek a cyklů, pochopení a použití proměnných, klonování objektů a práci s generátorem pseudonáhodných čísel. Koncept výuky vycházel z vybraných pracovních listů podle [56].

Po ověření zvládnutí výše zmíněného učiva jsme přistoupili k uvedení tématu náhodných množin. Motivací problému bylo rozmístění stromů napadených kůrovcem na obrázku 6.2 a simulace takové množiny.

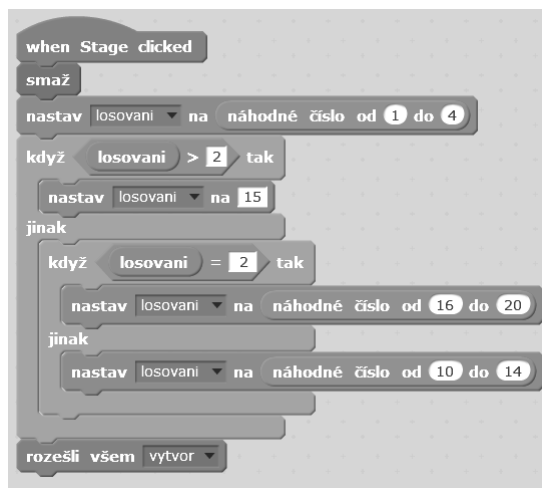


Obr. 6.2: Demonstrace získání souřadnic sledovaných stromů v pozorovacím okně z mapových podkladů [85].

Prvním úkolem bylo sestavit algoritmus pro opakované náhodné rozmístění a zakreslení 15 bodů (počet bodů ve sledovaném okně můžeme označit jako *hustotu*) do scény prostředí Scratch. Zadání nedělalo žákům žádné problémy. Všichni byli schopni přijít na přiřazení náhodných čísel x -ové a y -ové souřadnice bodu. Po vznesení dotazu v následné diskusi nad řešením na konstantní počet bodů v každém pozorovacím okně žáci došli k závěru, že taková situace by zřejmě neodpovídala skutečnosti a mohli bychom vycházet z rozpětí pozorovaných hustot a jejich průměru. Byli proto vyzváni k upravení svého algoritmu přidáním náhodného počtu bodů a návodnými otázkami v průběhu práce byli nuceni uvažovat i nad pravděpodobností možných počtů bodů.

Většina studentů se nedopracovala k různým pravděpodobnostem krajních hodnot a průměrného počtu bodů. V každé skupině se však našli jednotlivci (cca 15% žáků), kteří do algoritmu implementovali více či méně úspěšné pokusy tuto pravděpodobnost ovlivnit. Ukázkou žakovského řešení s využitím větvení lze vidět na obrázku 6.3. Konkrétní řešení není příliš

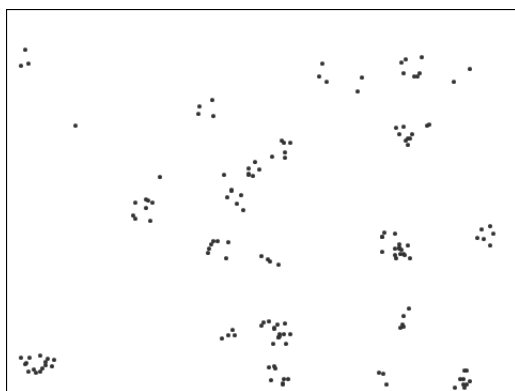
ideální, protože v polovině případů zvolí právě číslo 15 a v druhé polovině vybírá z hodnot od 10 do 20 (mimo 15) opět s rovnoměrným rozdělením pravděpodobnosti.



Obr. 6.3: Žákovské řešení generátoru náhodného počtu bodů v rozmezí od 10 do 20 se zvýšenou pravděpodobností směrem ke středu intervalu.

Při vyhodnocování algoritmů učitel promítal na plátno histogramy ze sta „losování“ podle daných řešení. V této fázi se projevila absence používání *seznamu*, který je ve Scratchi k dispozici. V případě jeho znalosti by mohli žáci provést daný počet „losování“ sami a nechat si vytvořit histogram z exportovaného seznamu např. na webu pomocí WolframAlpha. V diskusi učitel užíval pojem *rozdělení pravděpodobnosti*, aniž by na to kladl důraz. Podle pozorování žáci pojmu intuitivně rozuměli stejně jako histogramům, které jim pomohly vyhodnotit správnost jejich řešení. Na závěr jim byl představen jednoduchý algoritmus pro generování čísel s binomickým rozdělením pravděpodobnosti, který využívá součet náhodných hodnot čísel 0 nebo 1 jako při hodu mincí. Jeho implementaci se střední hodnotou v čísle 25 lze vidět na obrázku 6.5 pro proměnnou *hustota*.

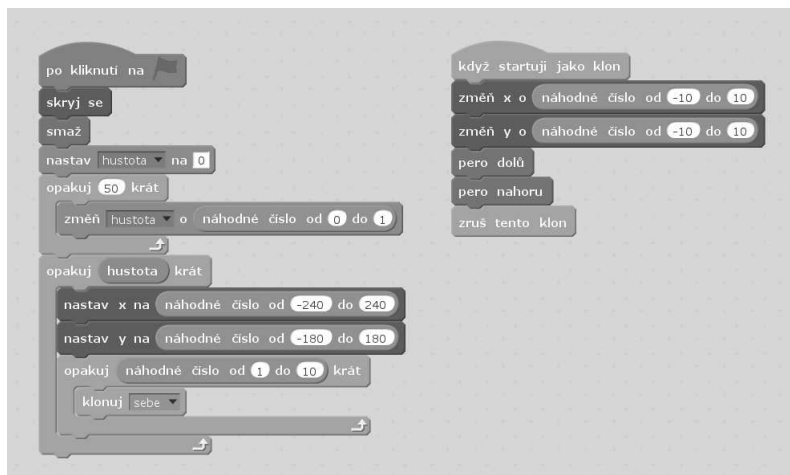
Posledním úkolem během experimentu byla simulace náhodné množiny bodů se shluky (clusters), která by mohla představovat rozmístění stromů určitého druhu. Pro motivaci bylo mimo ukázkového řešení žákům předloženo několik obrázků množin bodů se shluky jako pozice galaxií na průřezu části vesmíru z teleskopu Evropské jižní observatoře, mapa kriminality v ČR, pozice ryb v přehradní nádrži zaznamenané lodním sonarem nebo výskyt lípy srdčité v inventarizačním čtverci. V podmínkách zadání byl dán průměrný počet clusterů, průměrný počet bodů v každém clusteru, nezávislost pozic jednotlivých shluků a jejich maximální rozměry.



Obr. 6.4: Realizace náhodné množiny bodů se shluky žakovského řešení.

Během vlastního návrhu algoritmu žáci vytvořené procedury opakovaně spouštěli a pozorovali své výsledky, což je nezbytná součást hledání chyb a jejich ladění. Nakonec se úkol podařilo většině žáků úspěšně splnit. Ukázkou vybraného výsledku lze vidět na obrázku 6.4. Aby se i slabší studenti měli od čeho odrazit správným směrem, byla jim po časové prodlevě poskytnuta nápověda, aby postupovali jako v případě stromů, kde jsou semena nových rostlin rozeseta kolem mateřského stromu. Programy jednotlivých žáků se různě lišily podle jejich schopností. Autoři správných řešení většinou volili pro přechod od mateřských rostlin k dceřinným příkazy

pro klonování objektů jako na obrázku 6.5, menší část studentů ukládala pozice rodičů do nově definovaných proměnných x a y .



Obr. 6.5: Žákovské řešení algoritmu modelujícího rozestění semen okolo rostlin naprogramované v prostředí Scratch.

Mezi nejčastější chyby patřilo právě vynechání jednoho ze dvou uvedených postupů a postupné posouvání souřadnic od předchozího bodu k dalšímu místo od bodu rodičovského, které způsobí protažení clusteru do tvaru hada.

Kvůli malé časové dotaci vymezené pro experiment ze ŠVP dané školy nebylo ve třídách téma náhodných množin již dále rozvíjeno. V další fázi by měli žáci upravit algoritmus generující shluky tak, aby se body v clusteru rozmísťovaly kolem středu v kruhu, zatímco v uvedených řešeních vyplňují čtverec, což lze pozorovat až při výrazném navýšení počtu bodů v každém clusteru. K dosažení cíle lze použít několik technik, z nichž za zmínku stojí využití hustoty pravděpodobnosti normálního rozdělení se střední hodnotou ve středu shluku pro změnu souřadnic x a y každého dceřinného bodu. Přičemž k interaktivní manipulaci tvaru pravděpodobnostní funkce normál-

ního rozdělení lze využít např. pravděpodobnostní kalkulačku v programu GeoGebra.

6.5 Závěr

Výhodou jednoduchých simulací bodových procesů je rychlá grafická odezva. Doba realizace nové množiny přitom závisí na efektivitě použitého postupu a pomáhá tak odhalovat vzniklé chyby v aktuálním algoritmu stejně, jako tomu pomáhá měnící se vzhled výsledného obrazu. Experiment prokázal, že žáci gymnázia jsou schopni zužitkovat schopnost programování v jednoduchém prostředí k návrhu matematických algoritmů a simulaci náhodných množin. Transformace generátoru pseudonáhodných čísel s rovnoměrným rozdělením na jiné typy rozdělení je nutí uvažovat o základních principech pravděpodobnosti a intuitivně používat metody statistiky. Studentům nejsou předkládány žádné vzorce – těžiště učebního procesu leží v jejich samostatné kreativní práci, zatímco jim počítač poskytuje okamžitou zpětnou vazbu. Přitom vnímají aplikovatelnost vytvořených modelů na jevy reálného světa i jejich omezení. Zajímavým rozšířením badatelského přístupu k problému může být propojení s jinými předměty, např. biologií nebo zeměpisem, ve kterých mohou žáci v rámci projektů sbírat prostorová data k analýze, charakterizaci a následné simulaci množin pomocí nabytých dovedností.

Kapitola 7

Vybrané problémy z teorie čísel a modulární aritmetiky v badatelsky orientované výuce matematiky na ZŠ

7.1 Úvod

Ve všech vyspělých zemích dnes vyvstávají intenzivní debaty o kvalitě a efektivitě vzdělávání. Objevuje se oblast evaluace vzdělávání, kde se exaktními postupy zjišťují a vyhodnocují různé vlastnosti vzdělávacích systémů [86]. Přesto však v posledních letech dochází v Evropě ke krizi vzdělávání. Jedním z jejích projevů je i znepokojivý pokles zájmu o přírodovědné obory. Za hlavní příčinu této krize je označován způsob výuky přírodovědných předmětů, založený převážně na deduktivním vyučování, které není pro žáky příliš atraktivní [87].

Navzdory tomu, že jsou matematika a fyzika považovány za předměty zajímavé a perspektivní, jsou žáky globálně odmítány jako příliš obtížné

a náročné. Největší problémy pro žáky představuje hlavně schopnost samostatného uvažování, zkoumání různých způsobů řešení problémů, vytváření vlastních hypotéz, interpretace získaných výsledků a formulace závěrů [5].

Přitom právě matematika se zásadně podílí na nejmodernějších systémech. Jak uvádí [88], nebýt teorie čísel a jejích aplikací, vůbec by nemohly vzniknout mnohé výdobytky dnešní civilizace, bez jejichž fungování si už jen stěží dokážeme představit svět kolem nás. Na vztazích a vlastnostech objektů teorie čísel jsou mimo jiné založeny tzv. samodetekující kódy, kdy při zadávání do počítače dojde k okamžitému odhalení chyby například v rodném čísle, čísle bankovního účtu, identifikačním čísle organizace, ISSN časopisu, ISBN knihy, EAN kódu a dalších. Generátory pseudonáhodných čísel, zpracování signálu či obrazu při filtrování dat z radarů a modemů, digitální fotoaparáty a kamery, telekomunikační družice, mobilní telefony, hudební přehrávače, počítačové tomografy, to všechno jsou každodenně používané předměty, k jejichž fungování se využívá poznatků z teorie čísel. Teorie čísel hraje nezastupitelnou roli také v zabezpečení těchto moderních systémů, konkrétněji například internetového bankovníctví, on-line plateb, WiFi sítí, plateb debetní nebo kreditní kartou.

Chceme-li dnes vychovávat konkurenceschopné odborníky pro další generace, měli bychom žáky a studenty konfrontovat a upozorňovat na takovéto aplikace v co největší míře. Jak uvádí [89], dokonce i QCDA¹ zastává v novém kurikulu z roku 2010 názor, že děti by měly matematiku vnímat a zažívat jako kreativní aktivitu, měly by být seznamovány s rolí matematiky kolem sebe a rozvíjet své porozumění díky cíleným, praktickým a problémově-řešeným aktivitám.

Podobným směrem se vydávají mnohé vyspělé státy světa, například v Jižní Koreji dochází ke změnám v kurikulu orientovaným přímo na propojení jednotlivých školních témat s praxí. Již pro žáky na prvním stupni základní školy navrhuje [91] aktivity, jejichž cílem je porozumět základním

¹Qualifications and Curriculum Development Agency, do roku 2011 výkonná organizace Ministerstva školství Anglie a Severního Irska. Měla na starost Národní Kurikulum a příslušná hodnocení, testy a zkoušky. Od října 2011 přebrala tuto funkci nově založená Standards and Testing Agency. [90]

myšlenkám a technikám šifrování, přičemž dnešní kryptografické techniky opět úzce souvisí s teorií čísel.

Samotná kryptologie (spojující kryptografii a kryptoanalýzu) se obvykle vyučuje až na univerzitách. Yan, L.–Y. [92] experimentoval s výukou s prvky kryptologie na taiwanských středních školách. Z jeho výzkumu vyplynulo, že studenti takovou výuku velmi vítají. Podle názoru poloviny tamějších učitelů je tato výuka pro studenty středních škol vhodná, 40 % všech vyučujících navíc vidělo reálnou možnost v jejím zavedení již na školách základních. Tento názor podporují i některé další zdroje (viz [93] a [94]), podle nichž si s prvky kryptologie ve výuce dokáží poradit dokonce i mnohem mladší žáci. O zařazení kryptologie do kurikula usilují také v JAR (viz [95]).

7.2 Modulární aritmetika ve výuce

Společným cílem všech vzdělávacích institucí je zodpovědně připravit mládež pro budoucí zaměstnání a další život. Proto je na místě snaha o maximální konfrontaci učiva s jeho praktickými aplikacemi. Čím komplexnější jsou přitom žákům zadávané problémy, tím vyšší měrou je vyžadováno jejich samostatné hledání, zkoumání a bádání. Konkrétním příkladem takového problému může být seznámení žáků s tzv. Zellerovou² kongruencí.

Pojem kongruence poprvé použil německý matematik Carl Friedrich Gauss, který za pomoci kongruencí počítal, na který den v týdnu připadne ve vybraném roce velikonoční neděle. Dnes mají kongruence široké aplikace v kryptografii nebo v astronomii při tvorbě kalendářů [88].

Pomocí Zellerovy kongruence (nebo také Zellerova algoritmu) je možné určit příslušný den v týdnu pro libovolné datum. To je vhodné například k identifikaci historických událostí z dochovaných písemností. Existuje zde tedy silná vazba mezi matematikou a dějepisem.

²Christian Zeller (1822–1899), německý matematik.

Výpočet pomocí Zellerovy kongruence není nijak komplikovaný, jedná se v podstatě o sled následujících kroků: Označíme hledaný den v týdnu jako x a každému měsíci v roce přiřadíme číslo podle tabulky 7.1.

Tabulka 7.1: Označení měsíců v roce

březen	duben	květen	červen	červenec	srpen
1	2	3	4	5	6
září	říjen	listopad	prosinec	leden	únor
7	8	9	10	11	12

Potom platí:

$$\left(d + \left\lfloor \frac{13m-1}{5} \right\rfloor + r + \left\lfloor \frac{r}{4} \right\rfloor - 2s + \left\lfloor \frac{s}{4} \right\rfloor \right) \equiv x \pmod{7}, \quad (7.1)$$

kde d je pořadí dne v měsíci, m je označení měsíce podle tabulky 7.1, s a r rozdělí daný letopočet na dvě části tak, že s je počet století (např. pro rok 1995 je $s = 19$), r jsou jednotky a desítky let v letopočtu (pro 1995 je $r = 95$). Hledaný den v týdnu x pak určíme podle tabulky 7.2.

Tabulka 7.2: Hledaný den v týdnu

Neděle	Pondělí	Úterý	Středa	Čtvrtek	Pátek	Sobota
$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 5$	$x = 6$

Aby však algoritmus fungoval správně, je nutné dát pozor na důležité pravidlo platící pro data v měsících lednu a únoru: **Je-li zkoumaný den v lednu nebo únoru, určíme r a s z roku předchozího**, např. pro datum 21. 2. 1995 tedy bude $r = 94$, $s = 19$.³

Pro vzorové datum 17. 2. 2000 bude výpočet vypadat následovně:

$d = 17$, m je podle tabulky 7.1 rovno 12, s a r určíme vzhledem k tomu, že se jedná o únor, z roku předchozího, tedy z roku 1999, odkud $s = 19$, $r = 99$.

Dosazením do vztahu (7.1) dostáváme:

$$\left(17 + \left\lfloor \frac{13 \cdot 12 - 1}{5} \right\rfloor + 99 + \left\lfloor \frac{99}{4} \right\rfloor - 2 \cdot 19 + \left\lfloor \frac{19}{4} \right\rfloor\right) =$$

$$17 + 31 + 99 + 24 - 38 + 4 = 137 \equiv 4 \pmod{7},$$

po vyhledání čtyřky v tabulce 7.2 zjistíme, že hledaným dnem byl čtvrtek.

7.2.1 Vybraný problém uplatňující prvky bádání

Každý žák si nejprve podle algoritmu spočítá, v jaký den v týdnu se narodil. K tomu bude nutné objasnit několik nových pojmů a jejich značení. Abychom nemuseli na základní škole zavádět pojem kongruence, upravíme vzorec (7.1) na vzorec (7.2):

$$\left(d + \left\lfloor \frac{13m - 1}{5} \right\rfloor + r + \left\lfloor \frac{r}{4} \right\rfloor - 2s + \left\lfloor \frac{s}{4} \right\rfloor\right) \pmod{7} = x. \quad (7.2)$$

³Podrobný důkaz funkčnosti tohoto algoritmu podává [96].

Modul bude pro naše účely stačit definovat jako zbytek po dělení celým číslem: Číslo 76 dá po dělení číslem 12 zbytek 4. Číslo 12 nazýváme „modul“ a zapisujeme $76 \bmod 12 = 4$. Čteme: 76 modulo 12 je 4.

Závorky $\lfloor \cdot \rfloor$ značí celou část zadaného čísla, tedy nejvyšší celé číslo menší nebo rovné zadanému. Například $\lfloor 6,9 \rfloor = 6$, $\lfloor 8,1 \rfloor = 8$, $\lfloor 13 \rfloor = 13$.

Poté, co si žáci výpočet vyzkouší a určí svůj den narození, zadáme následující problém: *K jedné významné historické události došlo dne 6. července roku 1415. Zjistěte, o jakou událost se jednalo a který den v týdnu se to stalo.*

Jakmile žáci identifikují datum jako den upálení Mistra Jana Husa, samostatně provedou níže uvedený výpočet.

Pro 6. 7. 1415 platí: $d = 6$, $m = 5$, $r = 15$, $s = 14$

$$\left(6 + \left\lfloor \frac{13 \cdot 5 - 1}{5} \right\rfloor + 15 + \left\lfloor \frac{15}{4} \right\rfloor - 2 \cdot 14 + \left\lfloor \frac{14}{4} \right\rfloor \right) = 11$$

$$11 \bmod 7 = 4$$

Za den v týdnu tedy podle tabulky 7.2 označí čtvrtek. Jak je ale možné, že Palacký (dle [97]) píše, že se tak stalo v sobotu? Kde je chyba?

Nyní poskytneme žákům prostor k samostatnému bádání. Jejich úkolem bude odhalit, že tuto chybu vysvětluje jiná historická událost, totiž změna kalendáře. Během samotného bádání by se žáci měli seznámit s mnoha vztahy a zajímavostmi z jiných předmětů, jako jsou zeměpis, dějepis nebo občanská výchova, zadaný problém tedy naplňuje kritérium mezipředmětových vztahů.

Vzhledem k tomu, že tzv. tropický rok má 365,2422 dne a kalendáře mají pouze celočíselný počet dní, s astronomickou skutečností (tropickým rokem) se nutně dříve nebo později rozcházejí. Tyto nepatrné odchylky se v průběhu času sčítají. U původního juliánského kalendáře se každých 128 let nasčítají na jeden celý den. Byl proto nahrazen daleko přesnějším kalendářem gregoriánským, u něhož dochází k nasčítání rozdílů rovných celému

dni pouze jednou za 3300 let. Změna byla zavedena v roce 1582 papežem Řehořem XIII. Aby se odstranila odchylka, která vznikla během užívání juliánského kalendáře, po 4. říjnu následoval 15. říjen. K tomuto datu však byla změna přijata pouze zeměmi, ve kterých převažovalo římskokatolické vyznání – Itálií, Španělskem, Portugalskem a Polskem. V dalších zemích byl gregoriánský kalendář přijat s větším či menším zpožděním, viz tabulka 7.3.

Tabulka 7.3: Přijetí gregoriánského kalendáře ve vybraných zemích Evropy⁴

	Poslední den juliánského kalendáře	První den gregoriánského kalendáře
Čechy	6. 1. 1584	17. 1. 1584
Slezsko	12. 1. 1584	23. 1. 1584
Morava	3. 10. 1584	14. 10. 1584
Slovensko	21. 10. 1587	1. 11. 1587
Anglie	2. 9. 1752	14. 9. 1752
Rusko	31. 1. 1918	14. 2. 1918
Řecko	10. 3. 1924	24. 3. 1924

Pro řešení výše uvedeného problému se nabízí rozdělit třídu do několika skupin a problém zadat ke zpracování formou projektu. [98] charakterizuje projekt jako soubor integrovaných témat, jehož základním rysem je konkrétní výstup. Projektovou výuku pak považuje za velice efektivní z hlediska naplňování klíčových kompetencí RVP, ale také začleňování mezipředmětových vztahů a průřezových témat do vyučování.

Hlavní pozitivita projektové výuky nejen ze vzdělávacího, ale také z výchovného hlediska spatřuje [99] ve vnitřní motivaci žáků, jejich vlastní aktivitě a učení se samostatnosti, neboť žákům nejsou předkládány hotové poznatky, ale jsou vedeni k řešení komplexního problému spjatého s životní

⁴Zdroj: <http://kalendar.beda.cz/data-prijeti-gregorianskeho-kalendare-v-ruznych-zemich>

realitou, za který nesou osobní zodpovědnost. Projektové vyučování pak chápe jako přípravu pro celoživotní učení s cílem rozvíjet sociální dovednosti v oblasti efektivní komunikace a spolupráce. Proto dnes bývá projektová výuka využívána především jako prostředek kooperativního učení.

7.2.2 Použitelný software

K výpočtu dne v týdnu je samozřejmě možné využít nejrůznější počítačový software. Jako základ lze k tomuto účelu zvolit program Microsoft Excel. Funkce „DENTÝDNE“ vrátí den v týdnu pro zvolené datum, avšak pouze pro data od 1. 1. 1900 včetně. Syntaxe funkce DENTÝDNE obsahuje dva argumenty. Povinným argumentem je přímo datum, nepovinným typ (určuje typ vrácené hodnoty). Vzorový příkaz s uvedeným typem by vypadal takto:

=DENTÝDNE(DATUM(2000;2;17);1),

bez typu pak následovně:

=DENTÝDNE(DATUM(2000;2;17)).

Pro typ 1 nebo neuvedený pak funkce vrátí hodnoty dnů podle tabulky 7.4.

Tabulka 7.4: Hodnoty vrácené funkcí „DENTÝDNE“ programu MS Excel

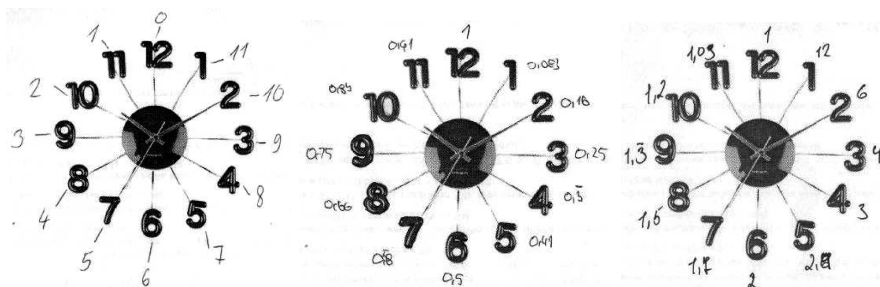
Ne	Po	Út	St	Čt	Pá	So
1	2	3	4	5	6	7

Program Statistica určí den v týdnu vyvoláním funkce „DTDAYOFWEEK“, a to i pro datum před rokem 1900. Vracené hodnoty od 1 do 7 jsou počítány od neděle do soboty (stejně jako u programu MS Excel, viz tabulka 7.4). Ani Statistica však nebere v úvahu změnu kalendáře, platí tedy pouze pro gregoriánský kalendář.

7.3 Pilotní šetření se žáky základní školy

Pro zjištění, jakým způsobem si děti poradí s problematikou modulární aritmetiky, byla provedena pilotáž se žáky dvou tříd základní školy. Studie se zúčastnilo celkem 38 žáků, z toho 11 žáků osmé třídy (7 dívek, 4 chlapci) a 27 žáků deváté třídy (19 dívek, 8 chlapců). Formou pracovního listu jim byly zadány úlohy z teorie čísel. Žáci v nich nejprve byli nenásilným způsobem seznámeni s modulární aritmetikou na příkladech, které jsou jim dobře známy z každodenního života. Postupně byly ověřovány znalosti vztahů a principů dělitelnosti s cílem zjistit, jak hluboce žáci tuto látku chápají, případně kde mají mezery. Dále byl žákům objasněn pojem modul, jeho význam a funkce a opět bylo pomocí několika úloh zjišťováno, zda si žáci tento nový poznatek spojí s již známým učivem a budou schopni ho využít k řešení zadaných problémů.

Přiřaďte (doplňte) ke každému číslu na následujících hodinách, jaký dostaneme zbytek, když ho budeme dělit číslem dvanáct.



Obr. 7.1: Nejčastější chyby v úloze 13

Pracovní list byl žákům zadán jako samostatná práce. Z rozborů žákových řešení a výpovědí vyučujících vyplynulo, že překvapivě největší problém pro žáky představovala úloha 13, kde měli ke každému číslu na hodinách přiřadit správný zbytek po dělení dvanácti. Pouze necelá čtvrtina žáků (24 %) odpověděla správně. Nejčastější chybné odpovědi znázorňuje

obr. 7.1. Podle vyučujících bylo příčinou to, že si žáci vyšších ročníků ZŠ již nevzpomínali, co to je dělení se zbytkem.

Kolik různých dnů v týdnu rozlišujeme? Dokážete rychle rozhodnout, jaký den bude například za 10 dnů, víme-li, že dnes je středa? Jaký den bude za 30 dnů? Jaký za rok (365 dnů)? Ukažte jednotlivé kroky svého postupu.

Za 10 dnů	Za 30 dnů	Za rok
Sobota	Pátek	Čtvrtek
Postup $10:7=1\text{nb.}3$ $\text{Str.} + 3\text{dny}$ $= \text{Sobota}$	$30:7=4\text{nb.}2$ $\text{Str.} + 2\text{dny} =$ $= \text{Pátek}$	$365:7=52\text{nb.}1$ $\text{Str.} + 1\text{den} =$ $= \text{Čtvrtek}$

Využili jste nějaké číslo jako modul? Jaké: $10 \bmod 7 = 3$
 $30 \bmod 7 = 2$
 $365 \bmod 7 = 1$

Za 10 dnů	Za 30 dnů	Za rok
10 dnů předem doděle ho před 9 dny a středu čtvrtek sobota ho 10 dny od středy	30 dnů předem a po středu 2 dny $30:7=2\text{nb.}6$	$365:7=52\text{nb.}1$ doděle ho 52 týdnů a 1 den 1 den předem ne čtvrtek od středy ho mod

Využili jste nějaké číslo jako modul? Jaké: 7

Za 10 dnů	Za 30 dnů	Za rok
středa, po 7 dny před středu + 3 dny = sobota	$30:7=4\text{nb.}2$ doděle pátek středa + 2 dny = pátek	$365:7=52\text{nb.}1$ středa + 1 den = čtvrtek

Využili jste nějaké číslo jako modul? Jaké: 7

Za 10 dnů	Za 30 dnů	Za rok
středa - 7 dnů čtvrtek - 8 pátek - 9 sobota - 10 dnů	28 dnů - středa (4 týdnů) + 2 dny = pátek - sobota	$365:7=52\text{nb.}1$ čtvrtek - 365 dnů

Využili jste nějaké číslo jako modul? Jaké: 7

Obr. 7.2: Vybraná řešení úlohy 17

Klíčovou úlohou byla úloha 17, kde se prověřovalo, zda si žáci spojí nový pojem modulu s konkrétním problémem a využijí ho ke zjednodušení výpočtu a nalezení správného řešení. Pro krátké časové úseky (10 a 30 dnů) bylo možné úlohu řešit zkusmo, výpisem jednotlivých dnů nebo nalezením

v kalendáři. S tím byla spojena i vyšší úspěšnost (66 %). Pouze 12 žáků (32 %) zaznamenalo, že k výpočtu, o jaký den v týdnu se bude jednat za rok, využili modulu 7. Celkem 15 žáků (39 %) zodpovědělo úlohu správně, ovšem pouhých 9 z nich (24 %) ji řešilo s využitím modulu, ostatní výpočet neuvodli, jejich odpověď může tedy být jen správným odhadem nebo opět vyhledáním například v kalendáři mobilního telefonu nebo počítače. Ukázky vybraných žakovských řešení jsou znázorněny na obr. 7.2.

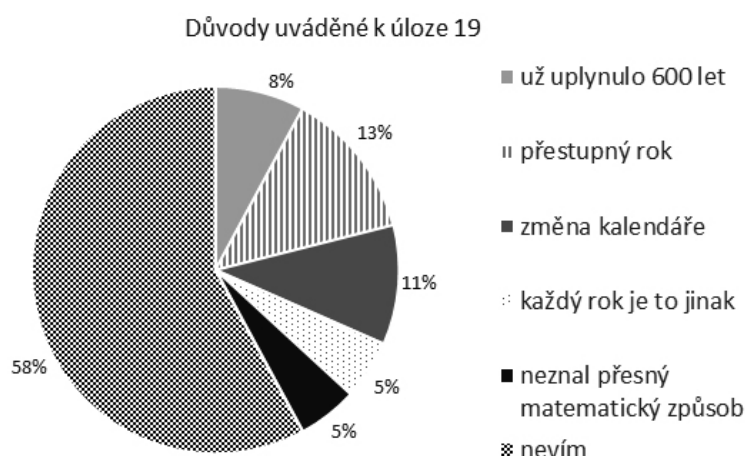
Cílem úlohy 18 bylo odhalit, jak žáci zvládnou složitější výpočet pomocí Zellerova algoritmu. Tuto úlohu řešilo celkem 21 žáků (55 %), z nichž 15 ji vyřešilo správně. Zbývajících 17 žáků se do řešení vůbec nepustilo. I přesto měla úloha vyšší úspěšnost než úloha číslo 13 (určení zbytků po dělení dvanácti). Základní přehled úspěšnosti vybraných úloh pracovního listu znázorňuje obr. 7.3.



Obr. 7.3: Přehled výsledků

Úloha 19 by pro komplexnější pohled měla být zadána formou projektu. Žákům by tak byl dán dostatek prostoru k vlastnímu bádání a zpracování získaných informací libovolným způsobem (kresba, koláž, myšlenková mapa, esej, elektronický materiál apod.). Někteří jedinci nicméně předložili správ-

nou úvahu a udali směr případného bádání ihned při hodině. Nejčastější zdůvodnění žáků prezentuje obr. 7.4.



Obr. 7.4: Graf rozložení odpovědí k úloze 19

7.4 Závěr

Do badatelsky orientované výuky jsou v dnešní době vkládány velké naděje. Zejména v přírodních vědách lze najít širokou škálu uplatnění. Takto koncipované vyučování nejen že zvyšuje motivaci žáků k předmětu, vědění a učení, ale také rozvíjí jejich schopnosti samostatného zkoumání, řešení problémů, nalézání nejrůznějších strategií, vyvozování závěrů a jejich obhajování, čímž naplňuje celou řadu klíčových kompetencí.

Předložený problém z elementární teorie čísel můžeme považovat za komplexnější. Zahrnuje témata z několika oblastí, čímž vykazuje vysoký stupeň interdisciplinarity, na kterou je v dnešní době kladen ve výuce velký důraz. Jednou z předností je taktéž možnost využití různých forem nebo metod výuky.

Z provedené pilotáže vyplynuly některé překvapivé poznatky, avšak potvrdil se předpoklad, že pokud jsou žáci nenásilně vedeni, dokáží uchopit látku primárně určenou pro mnohem starší jedince. Žáky navíc práce s listem velice bavila a většina se jí zhostila velmi zodpovědně. Pokud budou podobná témata zařazována do výuky smysluplně a rozumně, krize přírodovědných oborů by mohla být postupem času zažehnána.

Příloha s pracovními listy je ke stažení na webu projektu <http://home.pf.jcu.cz/~bovni/> v rubrice Materiály.

Kapitola 8

Vymezování základních pravidel tvorby prezentací s využitím badatelsky orientované výuky

8.1 Úvod

Tento příspěvek představuje výzkum realizovaný v oblasti výuky tvorby elektronických prezentací, konkrétně pak na stanovování základních pravidel tvorby prezentací pomocí badatelsky orientované výuky (dále jen BOV). Tato oblast se nám jeví jako problematická, pro nejednoznačné uvedení v dostupných zdrojích. V rámci výzkumu byl zmapován stav výuky základních pravidel tvorby prezentací, pomocí dotazníkového šetření. Respondenty byli zvoleni absolventi středoškolského vzdělání. Předkládáme model realizované BOV výuky, v rámci které studenti VŠ tato pravidla odhalují zkoumáním předložené prezentace. V rámci výzkumu zde bylo zjišťováno pojetí definice, potažmo vlastností, kvalitní prezentace a dále jaká pravidla tvorby prezentací si uvědomují a jaká jsou schopni odhalit v konkrétním dokumentu.

8.2 Význam tvorby elektronických prezentací

Tvorba prezentací je jedna ze základních ICT kompetencí, které jsou vyžadovány od studentů vysokých škol i nižších vzdělávacích stupňů. Prezentaci můžeme definovat například podle Hierholda [100], který ji vysvětluje jako „osobní přednesení uspořádaného sledu myšlenek – podporovaného vizuálními pomůckami – přehlednému, zvládnutelnému publiku.“ Vizuální pomůckou je pak myšlena elektronická prezentace vytvořená v prezentačním softwaru. Zvládnutí této dovednosti je od studentů vyžadováno v běžné výuce především pro možnost využití mezipředmětových vazeb a zároveň komplexního rozvoje jedince ve zpracování informací a jejich interpretaci.

Na prezentace můžeme pohlížet z několika hledisek:

- zpracování elektronického dokumentu
 - rozvíjí ICT kompetence ovládání prezentačního prostředí, vytváření efektivní prezentace pomocí dostupných nástrojů,
- vytváření logické struktury obsahu
 - rozvíjí dovednosti organizovat informace, tvořit z nich logické celky, extrahovat podstatné informace z množství získaných dat, vyhledávat data, a další
- kultivované prezentování informací
 - rozvíjí komunikační dovednosti, schopnost vyjadřovat názory a předávat informace
- vytváření jedinečného pojetí tématu na základě vlastních znalostí a dostupných zdrojů

8.3 Problematika vymezování základních pravidel tvorby prezentací

Častým problémem, se kterým se ve výuce setkáváme, je tvorba elektronické prezentace. Studenti, kteří vytvářejí materiály bez jakýchkoliv omezení, tzv. na čistém papíře, často nedokáží vytvořit smysluplnou a přehlednou prezentaci. V případě, že je seznámíme s možnostmi, které jim prezentační prostředí nabízí, začnou využívat veškeré možné prostředky k „zatraktivnění“ prezentace. Jejich výtvoři pak oplývají různorodými barvami, efekty zobrazování prvků, náhodně umístěnými grafickými objekty a rozsáhlými texty. Jedinou obranou výtvořů se pak stává věta: „Mně se to tak líbí.“ Z tohoto důvodu je potřeba tvorbu prezentace usměrnit alespoň základními pravidly, která jasně stanoví její podobu.

Při omezení obsahu a vzhledu prezentace se však dostáváme do problematické části tvorby prezentací a zároveň i její výuky. Položme si otázku: „Jaká jednoznačná pravidla by měla prezentace splňovat?“ Odpověď nemusí být tak zřejmá, jak se na první pohled zdá. U prezentací se nesetkáme s pojmem, jako je například normostrana. Je zde komplikované stanovit, kolik znaků máme mít na snímku, jak má být text zarovnaný spolu s grafickými objekty. Nemůžeme stanovit ani množství obrazového materiálu na snímku. Také barva textu a pozadí snímku není jednoznačně stanovena a další. Některá pravidla je možné vyvodit z dostupné literatury, jedná se o obecná doporučení, nikoliv stanovenou normu.[101], [102] Tato se mohou měnit i v závislosti na použitém Software.[103] Ve většině zdrojů se jedná o obecná doporučení, jejichž obsah se často liší podle zaměření autora.[104] Vymezení základních pravidel tedy spočívá především na vyučujícím, který zároveň bude vyžadovat jejich dodržování.

8.4 Zmapování současné výuky tvorby prezentací

Z dostupných výukových materiálů, učebnic, vyplývá, že současná výuka prezentací se zaměřuje především na ovládnutí prezentačního software při

tvorbě prezentace. Současně jsou stanovována pravidla, která by měla prezentace splňovat.[105], [106]

V oblasti výuky prezentací jsme realizovali výzkumné šetření zaměřené na zkušenost vysokoškolských studentů s výukou prezentací na středních školách. Toto vycházelo z potřeby zmapovat současný stav výuky prezentací na základních a středních školách. Byly sestaveny 2 bloky otázek zaměřených na definování kvality prezentací a na poslední zkušenost s jejich výukou. Respondenti z 95 % zmiňovali výuku na střední škole. Smyslem šetření bylo zjistit, jakou mají respondenti představu o kvalitní prezentaci a jaké vlastnosti by jí přiřadili. Zároveň bylo zjišťováno, zda si soubor těchto vlastností vytvořili při výuce a jakým způsobem daná výuka probíhala. Respondenty bylo 156 studentů vysokých škol převážně Jihočeského kraje.

V námi zkoumané oblasti byly zjištěny následující závěry. 43 % dotázaných si uvědomuje, že stanovení pravidel prezentací bylo součástí výuky tvorby prezentací. 11 % z těchto respondentů je přesvědčeno, že byla výuka zaměřena převážně právě na tento okruh. Zajímalo nás, jaká pravidla byla během výuky respondentům sdělena. Respondentům byly záměrně předloženy i protirečící si varianty pravidel. Tyto varianty často odpovídají oblastem, kde si studenti nejsou zcela jisti správnou odpovědí. Jedná se o délku textu, častou chybu vkládání dlouhých odstavců textu, dále tendenci používání tištěných poznámek ke čtení proslovu a také čtení obsahu samotné prezentace. Respondenti měli možnost navrhnout další zmíněná pravidla, této možnosti nevyužili. Můžeme tedy usuzovat, že jiná pravidla si neuvědomují nebo je nepovažují za důležitá.

Tabulka 8.1 zobrazuje přehled pravidel z dotazníkového šetření. Relativní četnost představuje procentuální zastoupení jednotlivých odpovědí u všech respondentů (hodnoty jsou zaokrouhleny na celá procenta). V otázce bylo možné vybrat více variant.

V rámci výzkumu členíme pravidla do dvou kategorií: obecně platná (minimální velikost textu, rozsah textu na snímku. . .) a subjektivní (použití barev v prezentaci, rozmístění grafiky na snímku. . .). Na obecně platná pravidla je možné jednoznačně stanovit v rámci výuky.

Tabulka 8.1: Četnost pravidel zmiňovaných studenty VŠ v souvislosti s výukou prezentací na středních školách.

Pravidlo	Rel. četnost
Informace v prezentaci by na sebe měly navazovat	76 %
Text má být v odrážkách	71 %
Barva textu má být v kontrastu s barvou pozadí	69 %
Text má být v krátkých větách	68 %
Prezentaci komentujeme spatra (bez čtení poznámek nebo textu v prezentaci)	41 %
V prezentaci dodržujeme typografická pravidla	31 %
Nadpisy odlišujeme podtržením, kurzívou a odlišnou barvou	25 %
V prezentaci předvádíme znalost ovládání programu (použití animací, různých přechodů snímků)	21 %
Je nutné zohledňovat autorská práva při použití obrázků stažených z internetu	20 %
Na začátku tvorby prezentace si vytvoříme Obsah	16 %
V prezentaci je možné použít jakékoliv obrázky stažené z internetu	14 %
K prezentaci si vytvoříme písemný komentář pro prezentování	12 %
Nemáme žádná omezení ohledně barvy textu a pozadí	4 %
Text musí být velký minimálně 30 bodů a maximálně 35 bodů	4 %
Text v prezentaci může být libovolně dlouhý	4 %
Komentář k prezentaci můžeme celý číst z poznámek	1 %

Z výsledků, uvedených v tabulce, vyplývá, že nejčastěji uvedená pravidla se týkají především tvorby elektronické prezentace. Další výzkum byl proto zaměřen na tuto konkrétní oblast výuky.

Zároveň je z výzkumu viditelné, že respondenti nemají pravidla jednoznačně vymezena. Například pravidla týkající se délky textu byla volena respondenty všechna 3: text v odrážkách, text v krátkých větách, text libovolně dlouhý. Přičemž správnou volbou není libovolně dlouhý text na snímku.

Můžeme povšimnout častého zastoupení názoru, že prezentace je přehlídka dosažených znalostí v oblasti ovládání prezentačního programu (21 %). Respondenti využívají prezentační prostředí pro jeho estetické možnosti, nikoli ke zprehlednění informací.

8.5 BOV v osvojování pravidel prezentací

Badatelsky orientovaná výuka v přírodních vědách není novým pojmem. [52], [9] Proto i její zapojení do informatiky je logickým krokem. Principem BOV je konstruktivistický přístup, díky němuž nedochází pouze k přenosu informací, ale k jejich objevování z různorodých zdrojů a vyvozování na základě předchozích znalostí. [107, s. 122] Zavedení BOV do výuky prezentací bylo inspirováno již zmíněným důrazem na předchozí zkušenost, ze které studenti mohou při tvorbě prezentací vycházet.

Pro BOV model výuky jsme se rozhodli na základě jejích předpokládaných přínosů podle Edelsona, Gordina a Pea [9, s. 134]. V našem případě jsme se pokusili podle Eastwella [10] o strukturované bádání. V tomto modelu sděluje učitel výzkumnou otázku a navrhuje postup, studenti pak vlastní iniciativou formulují vysvětlení studeovaného jevu.

Navržená výuka má za úkol upozornit studenty na časté chyby, kterých se při tvorbě prezentace jejich kolegové dopouštějí. Celý princip BOV pak spočívá v odhalování chyb v předkládané prezentaci. Potřeba hledat a objevovat informace v průběhu vzdělávacího procesu se nám jeví jako potřebná pro samostatné uvědomění si pravidel tvorby prezentací. Studenti se tak nedozvídají pravidla jako jasně danou informaci, ale mohou ji odvodit vlastním úsudkem. Zároveň jsou nuceni pracovat se zdroji.

Studenti se často setkávají s výukovými materiály tvořenými učiteli za účelem efektivního předání informací. Jsou tedy z vlastní zkušenosti schopni ohodnotit, jak je pro ně prezentace přehledná, pochopitelná, přínosná a v neposlední řadě atraktivní. Cílem výuky však není pouze „odhadnout“ jaké chyby se v prezentaci nacházejí. Úkolem studentů je tato fakta zároveň ověřit. Dostávají se tak do situací, kdy z vlastní předchozí zkušenosti vytvoří předpoklad, hypotézu, kterou následně ověřují v odborných zdrojích. Jejich bádání je zkomplikováno již zmíněným nejednoznačným stanovením některých pravidel v dostupných zdrojích. V tomto případě pak sehraje zásadní roli učitel, který musí jasně rozhodnout, která varianta je správná. Učitel má v tomto směru možnost ovlivnit výslednou podobu stanovených pravidel. Rozporuplné informace vybraných zdrojů pomáhají k rozvoji kritického myšlení studentů.

Předkládáme model využití BOV k výuce pravidel tvorby elektronické prezentace, jehož výstupy jsou popsány v následujících odstavcích. Součástí je několik vzájemně propojených fází, které jsou postupně zdůvodněny: Fáze 1 Stanovení definice kvalitní prezentace, Fáze 2 Odhalování chyb v prezentaci, Fáze 3 Diskuse o pravidlech prezentace, Fáze 4 Přehodnocení předchozí definice kvalitní prezentace. Tento model byl ověřen u několika studijních skupin.

Fáze 1 Stanovení definice kvalitní prezentace na základě dosavadní zkušenosti

Popis: Studenti popisují vlastní představu kvalitní prezentace a jejího obsahu. Mohou dále zmínit kritéria, která má splňovat. Vše vychází z jejich počátečních znalostí a zkušeností.

Zdůvodnění: Po studentech je požadováno sestavení jakési definice, jak si představují kvalitní prezentaci. Mohou si pomoci vypsáním jejích vlastností. Tato část má zajistit, že studenti začnou o tématu přemýšlet a zároveň získá vyučující přehled, na jaké úrovni jsou s prezentacemi obeznámeni. V definici vycházejí pouze ze svých zkušeností z předchozího studia. Jedná se o úvodní evokaci, aktivaci dosavadních znalostí, jako první fázi konstruktivistického modelu výuky. [9],[108]

Fáze 2 Odhalování chyb v nekvalitní prezentaci

Popis: Vyučující předkládá studentům vzorovou prezentaci k hodnocení. Tato obsahuje nejčastěji vyskytující se chyby, nebo chyby vedoucí k sestavení souboru pravidel. Úkolem studentů je nedostatky najít a zároveň určit možnost jejich nápravy. Studenti (ve skupinách nebo samostatně) tímto dostávají chybovou prezentaci, v níž mají ověřit hypotézu: V prezentaci byla porušena základní pravidla tvorby prezentací. Při jejím ověřování mohou využít dosavadních vědomostí a předložených odborných zdrojů. K odhalení výsledků jim může pomoci i diskuse ve skupinách, popřípadě s vyučujícím. Výsledky zkoumání prezentace zapisují studenti do pracovních listů pro potřeby následné společné diskuse.

Zdůvodnění: Ukázka chybně vytvořené prezentace má studentům předložit nejčastější chyby, se kterými se v prezentacích setkáváme. Jejich odhalení by mělo předejít k opakování těchto chyb ve vlastní tvorbě. Práce studentů spočívá v předpokladu nalezení chyby v prezentaci. Tuto mohou studenti odhalit buď vlastní intuicí a estetickým cítěním, nebo za použití nápoděvy doporučeného zdroje. V obou případech musí zjistit, jak je možné tuto chybu napravit.

Tato fáze odpovídá strukturovanému bádání. [109] Je zadána výzkumná otázka a metody, které mají studenti k jejímu zodpovězení použít. Ti pak zapisují výsledky bádání, které získali.

Fáze 3 Diskuse nad pravidly tvorby prezentací

Popis: Po zhodnocení celé prezentace studenty dochází k závěrečné diskusi s vyučujícím. Vyučující má možnost opravit milně stanovené chyby, zdůvodnit jednotlivá pravidla, popřípadě vysvětlit nejasnosti.

V rámci diskuse by mělo dojít k závěrečnému sestavení společných pravidel pro další tvorbu prezentací vyvozených z předchozí diskuse.

Zdůvodnění: Tato fáze je neméně důležitá, dá se říci až nezbytná. Studenti mohou docházet k chybným závěrům v průběhu zkoumání prezentace. Je nutné jejich závěry zkontrolovat popřípadě upravit. Může se také stát, že studenti objeví neexistující chyby nebo narazí na již zmíněná subjektivní

pravidla prezentace. Jedním z nich může být například volba barevného prostředí prezentace. V takovém případě je vhodné zahájit diskusi v rámci celé studijní skupiny a alespoň částečně toto pravidlo konkretizovat pro vybrané případy. Závěrečný soubor pravidel pak vychází ze společných poznatků z výuky a pro studenty by tak měl být lépe osvojitelný.

V této fázi opět vycházíme ze strukturovaného bádání, v jehož závěru je požadována interpretace zjištěných poznatků studenty a jejich vysvětlení. [10]

Fáze 4 Přehodnocení definice kvalitní prezentace z Fáze 1

Popis: V průběhu výuky mohou studenti docházet k novým poznatkům, které ovlivní jejich pohled na kvalitní prezentaci. V závěru je vhodné zařadit opravu (doplnění) jejich definic z úvodu výuky.

Zdůvodnění: V případě, že definici opraví či doplní, můžeme hovořit o úspěšném osvojení nových poznatků. Přínosem se může stát i pouhé uvědomění si chyb, kterých se studenti doposud dopouštěli, ačkoliv jejich definice byla dostačující a necítí potřebu ji nijak doplnit.

8.6 Design realizovaného výzkumu

Výzkum byl realizován ve výuce předmětu Informační technologie na Pedagogické fakultě Jihočeské Univerzity. Metodou akčního výzkumu byla data sbírána u 3 vybraných skupin studentů. Výuka pomocí BOV byla zavedena do standardního sylabu předmětu jako úvodní hodina výuky prezentací. Proběhla postupně v jednotlivých skupinách.

Jako reprezentativní vzorek je zde uvedena závěrečná skupina 23 studentů 1. ročníku oboru Učitelství pro 1. stupeň základních škol. Studenti byli vybráni vzhledem k absolvování výuky informatiky na předešlých stupních škol. V rámci kurzu Informační a komunikační technologie bylo cílem zdokonalení jejich prezentačních dovedností a tvorby prezentačního materiálu.

V průběhu akčního výzkumu byla sledována práce studentů ve skupinách i kooperace s vyučujícím. Byly analyzovány odpovědi z úvodního dotazování na kvalitní prezentaci a dále chyby uvedené v pracovních listech jednotlivých skupin. V závěrečné diskusi nad výsledky zkoumání chyb bylo zjišťováno přijetí výukové metody.

V závěru výuky byla od studentů vyžadována samostatně vytvořená prezentace na odborné téma. Spolu s výsledky výzkumu zmiňujeme některé chyby, které studenti, i přes jejich odhalení, zopakovali ve vlastní práci.

8.7 Výstupy výzkumu

Vyhodnocení fáze 1 (definice kvalitní prezentace)

Zkoumaná skupina se z pohledu předchozích zkušeností jevila poměrně různorodá. Z dotazování vyplynulo, že každý má zkušenost s tvorbou prezentací. Podle slov studentů se považovali za úplné začátečníky až středně pokročilé. Definice kvality prezentací v tomto ohledu odpovídaly jejich popisu. Některé obsahovaly pouze obecná hesla, jiné zcela konkrétní představu.

Byly analyzovány definice a popisy kvalitní prezentace a sestaven přehled nejčastěji se vyskytujících hesel. Uvedené vlastnosti byly kódovány do hesel, nejlépe popisujících daný jev. Tabulka 8.2 tvoří přehled hesel, která se v definicích vyskytla alespoň dvakrát. Je použito odlišení vlastností, které se týkají elektronické prezentace (tučně). Hesla, která nejsou zvýrazněna tučně, jsou příliš obecná nebo se mohou vztahovat i k ústní části prezentace či osobě prezentujícího.

Vzorová skupina (1. ročník VŠ)

Z tabulky 8.2 vyplývá, že převážná většina vlastností, které má prezentace splňovat, se týkají právě oblasti elektronické prezentace, konkrétně na reprezentaci informací pomocí grafických objektů a na použití stručných textů. Pokud si odmyslíme obecná hesla, ve výčtu chybí zaměření na obsahovou část prezentace, například na vytvoření logických návazností informací, vytvoření příběhu v prezentaci. Dalo by se usuzovat, že si studenti pod

Tabulka 8.2: Přehled klíčových jevů zjištěný analýzou definic zkoumané skupiny

Jev zmíněný v definici	Abs. čet.	Rel. čet.
Informace reprezentované obrázky	18	78 %
Hesla na snímku	16	70 %
Zdroje ověřených informací (v závěru)	11	48 %
Stručná	11	48 %
Přehledná	9	39 %
Jednotná forma (vzhled)	7	30 %
Čitelný text na barevném pozadí	7	30 %
2–3 barvy pro text	6	26 %
Video	5	22 %
Uvedeny všechny důležité informace	5	22 %
Obsahuje osnovu (obsah)	4	17 %
Úvodní snímek	4	17 %
Výstižná	4	17 %
Zajímavá	4	17 %
Jednotná velikost textu	4	17 %
Velikost textu (min 24 b)	4	17 %
Chronologická (úvod – hlavní – část závěr)	3	13 %
K tématu	3	13 %
Zdroje obrázků	2	9 %
Optimální délka	2	9 %
Shrnutí na závěr (v bodech)	2	9 %
Strukturovaný text a nadpisy	2	9 %
Vhodně zvolené efekty	2	9 %
Ukázky	2	9 %
Srozumitelná	2	9 %
1–2 typy písma	2	9 %

pojmem prezentace představí spíše elektronický materiál, než přednášku, s určitým konceptem, reprodukovanou řečníkem.

Vyhodnocení fáze 2 (hodnocení prezentace)

Zkoumaná prezentace byla vytvořena v rámci předvýzkumu z analýzy chyb studentů z předchozí výuky předmětu a dále z výsledků zmíněné zkušební výuky. Jako téma bylo vybráno heslo „Aerobik – Můj koníček“, které bylo shledáno za dostatečně neodborné, s lehce pochopitelnou strukturou a zároveň pro většinu studentů dostatečně neznámé.

Následuje shrnutí nejvýznamnějších poznatků vyplývajících z analýzy pracovních listů studentů.

Přílišná délka textu

- Podle očekávání byla tato chyba odhalena všemi skupinami studentů. Studenti označovali dlouhý odstavec textu za nepřehledný, hůře čitelný a uváděli nutnost jeho zkrácení do stručných bodů (především kvůli přehlednosti a rychlé orientaci v textu). Vyučující byl v závěrečné diskusi dotazován na doporučenou délku textu a bylo v rámci skupiny stanoveno pravidlo použití omezeného množství jednoduchých, krátkých vět, nebo spíše slovních spojení.
- Po odevzdání závěrečných prezentací, které měli studenti samostatně vytvořit v závěru kurzu, bylo toto pravidlo překvapivě u přibližně 20 % studentů porušeno. Při rozboru chyb v prezentaci pak převážně uváděli, že není možné text více zestručnit a jeho rozložení jim připadalo nepřehledné.

Chybějící kapitola, přeházené snímky

- Tato chyba byla překvapivě zřídka zmiňována. Z diskuse se studenty vyplynulo, že se příliš nezaměřovali na prezentaci jako celek, ačkoliv na to byli upozorňováni. Dále usuzovali, že by jim tato chyba byla více zřejmá při ústním představení prezentace.

Mapa ČR s nečitelnými městy, chybně umístěné titulky u obrázků (mimo i v obrázku)

- I při prohlížení prezentace na monitoru počítače studenti vnímali některé části prezentace jako málo čitelné a nepřehledné. Tyto chyby byly dále spojené s použitím nevhodných animací objektů. Těch si všimly, či je považovaly za chybu pouze 2 skupiny.

Chyby, které byly nejčastěji zmiňovány, se týkaly především vzhledu snímku a grafické nedostatky objektů na snímku. Odhaleny byly chyby velikosti písma, střídání typů písma, nečitelnost textu.

Naopak chyby, vztahující se ke sdělovanému obsahu, byly odhalovány zřídka. Například se jednalo o opakující se údaje na snímku či v celé prezentaci, o chybné přiřazení textových snímků k snímkům s fotografiemi.

Další opomíjenou chybou byla porušení typografických pravidel. V diskusi bylo zjištěno, že tato pravidla studenti znají a uvědomují si, že s nimi byli v předchozích hodinách seznámeni, pouze si jejich použití nespojují s tvorbou prezentací.

Kromě záměrných chyb byly v pracovních listech uvedeny i další, které studenti vnímají jako podstatné. Tyto chyby se většinou vyskytly pouze u jedné skupiny, maximálně u dvou skupin. Chyby byly prodiskutovány a buď potvrzeny, nebo vyvráceny, uvádíme příklady některých.

Nevhodná volba šablony vzhledem k tématu

- Jedná se o subjektivní chybu, naopak někteří studenti uváděli tento bod jako pozitivum.

Nepřehlednost prezentace, prezentace nezkušeného tvůrce

- Prezentaci vnímali jako chaotickou a nevhodně vytvořenou. Prokázalo se, že tento struktura prezentace není příliš promyšlená a nedává zcela smysl. Studenti se shodli, že tento aspekt je nutné vzít v úvahu při vlastní tvorbě.

Nevhodná velikost plakátu

- Studenti neodhalili možnost zobrazit, přes hypertextový odkaz připojený k plakátu, jeho originální velikost.

Absence závěrečného shrnutí

- Studentům bylo vysvětleno, že v takto krátké prezentaci je možné zajistit závěrečné shrnutí ústně, v případě rozsáhlejších přednášek je závěrečné shrnutí vhodné uvést.

Absence videa

- Vhodnost zapojení videa byla diskutována a uvedeny příklady vhodnosti zapojení do prezentace.

Studenti měli možnost uvést i pozitiva prezentace. Dále jsou uvedena všechna pozitivní hodnocení: zajímavé téma, stručnost prezentace, seznámení s obsahem, dobře zvolený podklad. Je možné si všimnout opakování některých dříve zmíněných negativ i mezi pozitivy. Například rozpor mezi pozitivním a negativním hodnocením vzhledu prezentace (především použité šablony) ukazuje na nejednoznačné vnímání některých vlastností prezentace. Můžeme usuzovat, že některé vlastnosti jsou subjektivně vnímány. V této oblasti pak není možné nastavit jednoznačné pravidlo správné volby.

Mezi kladnými aspekty byly jmenovány i záměrně vytvořené chyby: stejná velikost písma (velikost písma se na jednotlivých snímcích lišila), sladění snímků (snímky obsahovaly různé typy písma, sladění bylo pouze pozadím snímku).

Vyhodnocení fáze 3 a 4 (diskuse pravidel a přehodnocení definice)

Diskuse napomohla k vysvětlení sporných chyb, zpřesnění zdůvodnění chyb a návrhu jejich nápravy. V závěru studenti i přes výzvu vyučující

neměli potřebu aktualizovat definice kvalitní prezentace. Usuzovali, že je dostatečně obsáhlá a přesná. Pouze si poznamenali pravidla, kterých si dříve nebyli vědomi.

8.8 Závěr

V rámci výzkumu byl potvrzen předpoklad, že si studenti základní chyby v prezentacích uvědomují. Zároveň také z analýzy jejich závěrečných prací vyplynulo, že i přes odhalení chyb, je stále opakují. Metoda BOV byla studenty přijata pozitivně. Objevily se názory, že pro ně bylo prospěšné mít možnost o pravidlech diskutovat ve skupinách i s vyučujícím a udělat si tak v pravidlech jasno. Přes pozitivní přijetí výuky a rozbor nejčastějších chyb, které se v prezentacích studentů objevují, závěrečné práce opět obsahovaly některé zmíněné chyby.

Výuka bude realizována i v následujícím období v dalších studijních skupinách.

Kapitola 9

Výuka kombinatoriky a počtu pravděpodobnosti na základní škole badatelským přístupem

9.1 Úvod

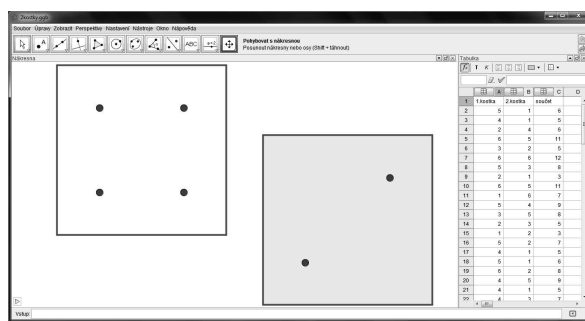
Kombinatorika a počet pravděpodobnosti není na českých základních školách zcela tradičním obsahem učiva, se kterým se žáci setkávají. Problémy s tímto učivem v každém věku jsou však patrné. Jak udává Greer a Mukhopadhyay – dosahování většího pochopení pravděpodobnosti v populaci čelí velké rezistenci [110], aneb jak poznamenává Fischbein – bojíme se pravděpodobnosti... [111]. S tímto souvisí i poznatek ze šetření PISA 2009 – *Proto je zajímavé se podívat, jak úspěšně různé otázky řešili žáci z jiných zemí. Pokud srovnáme úspěšnost, s níž otázku řešili čeští žáci a průměr zemí OECD, pak se obraz změní. Všechny pět otázek, při jejichž řešení naši žáci nejvíce zaostali za průměrným výkonem svých vrstevníků z jiných zemí, spadá z hlediska matematického obsahu do teorie pravděpodobnosti a do statistiky (viz [112]).* O důležitosti pravděpodobnosti píše Rubel toto: *Zahrnutí pravděpodobnosti a analýzy dat jako jednoho z pěti standardů NCTM je nástro-*

jem, který odráží rostoucí společenské využití dat a požadované schopnosti odvodit závěry na základě těchto údajů. „Pravděpodobnostní rozhodování“ je klíčovým aspektem pro širokou škálu odborných činností a v širším slova smyslu je samozřejmostí v každodenním životě [113]. I výzkumy u starších studentů naznačují, že tato oblast patří ke skutečně problematické. Štěpánková a Tlustý shrnují: *Máme za to, že pozdní začátek s výukou počtu pravděpodobnosti, nedostatek porozumění, a také díky dalším faktorům se mohou studenti cítit nejistí v řešení problémů. Zjistili jsme, že jejich odpovědi jsou často špatné a nedávají ani smysl* [114]. Avšak nejedná se jen o pravděpodobnost, jak zmínil Freudenthal – kombinatorika je páteří základní pravděpodobnosti, a naše výuka by na to měla brát ohled [115]. Proto kombinatoriku nelze vynechávat. Je nedílnou součástí stochastiky a výuce počtu pravděpodobnosti by měla předcházet.

Obzvláště na základní škole se osvědčil badatelský přístup, kdy žáci sami hledají řešení problémů. První náznaky o heuristickém vyučování počtu pravděpodobnosti jsou známy již od 70. let 20. století (více viz [116]) a tyto metody dále nabývají na síle. S tím je spojeno i zařazování simulací do hodin výuky počtu pravděpodobnosti. Výhody zařazení simulací vidí Batanero a Sanchez v možnosti pracovat s úlohami z počtu pravděpodobnosti v různých typech příkladů z reálného života [117]. A co je obzvláště přínosné – i v situacích, kdy žáci nedosahují pokročilého matematického stupně. Dnes tedy ve výuce ukazujeme nejen klasické simulace jako je házení kostkou, jeho zapisování do tabulek a následné hodnocení, ale přistupujeme stále častěji k simulacím počítačovým. Ty umožňují v krátkém čase vygenerovat velké množství (pseudo)náhodných jevů, čímž napomáhají žákům objasnit a lépe pochopit některé situace. Pratt dodává, že vhodnost využití počítačů při výuce pravděpodobnosti spočívá především v zajištění vysvětlení a ujišťování žáků, proč dané jevy dosahují právě takové pravděpodobnosti, která jim výpočtem vychází [118]. Jak je tedy patrné, dnes do výuky kombinatoriky a počtu pravděpodobnosti stále častěji zasahují heuristické metody (pokus – omyl, logická úvaha, schématické řešení, grafy, . . .), ale podstatnou část tvoří i simulace a užití počítačů.

9.2 Realizace výuky

Pro výuku kombinatoriky a počtu pravděpodobnosti na základní škole byl vytvořen výukový materiál pro žáky a příručka pro učitele. Dále byly vytvořeny pracovní listy pro interaktivní tabuli, které obsahují i odkazy na další programy (GeoGebra, Microsoft Excel). Součástí většiny příkladů je tedy i interaktivní zpracování, na které v učebnici upozorňuje ikona počítače za číslem příkladu (viz obr. 9.2). GeoGebra slouží v tomto případě jako simulátor pseudonáhodných jevů, které jsou zaznamenávány do tabulky. Data z tabulky pak lze exportovat do tabulkového procesoru a dále s daty pracovat, například ukázat výsledky součtu teček při hodu dvěma kostkami, pokud jev opakujeme v řádech tisíců (viz obr. 9.1).



Obr. 9.1: Ukázka simulace v GeoGebře

Učebnice obsahuje třicet různých příkladů, od jednoduchých, k jejichž řešení stačí logická úvaha, až po velmi komplexní. Řešení takových příkladů se opírá o předchozí znalosti, grafické znázornění a ne zřídka k řešení napomůže také vlastní pokus ve třídě nebo počítačová simulace pomocí předem připraveného softwaru. Všechny příklady jsou zadány jako slovní úlohy, čímž je také kladen důraz na čtenářskou gramotnost, která není u českých žáků na dobré úrovni. Čeští žáci se se skórem 478 umístili mezi žáky zemí s podprůměrným výsledkem (více viz [119]). Jak již bylo zmíněno výše, důležitou cestou k hledání správných odpovědí je grafické znázornění a tedy i správná

představa žáků o situaci v úloze. Mnoho úloh je tedy doplněno obrázkem nebo schématem přímo v učebnici, další pak v listech pro interaktivní tabuli.

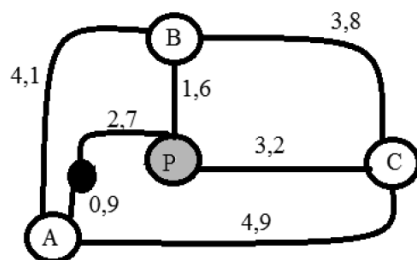
První část učebnice je věnována kombinatorice a pravidlům, která jsou s ní spojena. Začíná se od jednoduchých úloh z kombinatoriky na vypisování všech možných jevů, dále se pokračuje na výběr všech příznivých jevů (viz obr. 9.2, příklad 7). Následuje objevení kombinatorického pravidla součinu. Tato kapitola je zakončena grafy a pohybem po nich a jejich aplikací v těchto úlohách (viz obr. 1, příklad 18). Právě příklady s grafy jsou určeny pro upevnění grafického znázorňování slovních úloh. I v případě, kdy žáci v předchozích úlohách nepracovali se schématy, jsou u závěrečných úloh této kapitoly nuceni náčrty využívat.

7. Eliška si chce dát zmrzlinu. Zmrzlinář má v nabídce čokoládovou, jahodovou, oříškovou a vanilkovou. Kolik možností Eliška má, pokud si chce dát každý kopeček jiný a dá si:

- a) dvojitou zmrzlinu
- b) trojitou zmrzlinu




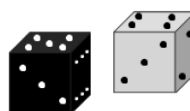
18. Pošťák musí roznést poštu z ústřední pošty (P) do třech poboček (A, B, C). Každé místo projde jen jednou a musí se vrátit zpět na poštu. Jaké má možnosti? Které cesty jsou nejkratší?



Obr. 9.2: Ukázka úloh z kombinatoriky


Následující kapitola je zaměřena na úlohy z počtu pravděpodobnosti. Ta navazuje zcela přirozeně a žáci by ji vnímat tak, že se dopracovali do další části, která je propojena s jejich předchozí prací. Jsou zde zařazeny úlohy, které vycházejí z klasických her (Člověče, nezlob se!, házení dvěma kostkami) nebo ze situací, se kterými se žáci mohou setkat v každodenním životě (viz obr. 9.3). Nejprve jsou uvedeny příklady, které blíže seznamují žáky s pojmy jako „pravděpodobnost“, „jev je více pravděpodobný než“, „spravedlivost hry“, „jev nemožný, jistý a náhodný“.

20.  Ve třídě je dvacet žáků. Každý má své číslo od 1 do 20. Paní učitelka házela dvacetkrát za sebou dvakrát kostkou. Po každém kole se sečetly počty teček, které padly, a žák, který měl shodné číslo, popošel o krok. Vyhral ten, kdo popošel nejdál.
- a) Byla tato hra spravedlivá?
 - b) Pokud ne, jak bychom očíslovali žáky, aby každý měl šanci popojít?
 - c) Jaké číslo byste si vybrali vy?



Obr. 9.3: Ukázka z úvodních úloh z počtu pravděpodobnosti


V další části je již po žácích vyžadováno, aby vyjádřili pravděpodobnost daného jevu a aby dále diskutovali, o čem výsledná pravděpodobnost vypovídá (viz obr. 9.4).

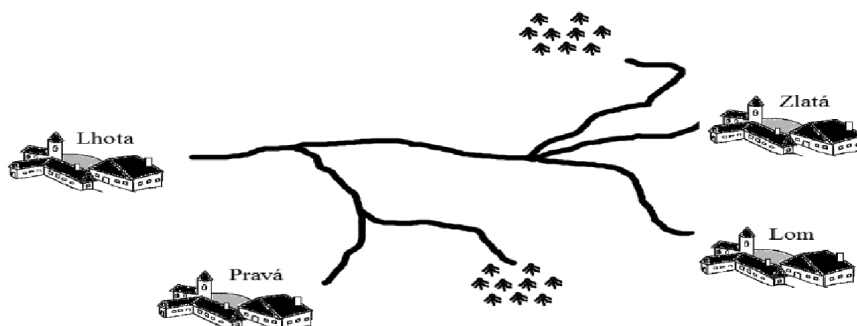
25.  Markéta si potmě nařizuje budík. S jakou pravděpodobností jí budík zazvoní mezi sedmou a osmou hodinou?



Obr. 9.4: Ukázka z úloh na vyjádření pravděpodobnosti

Nejdůležitější částí jsou poslední úlohy, ve kterých žáci pracují s grafy, nebo je sami tvoří a zároveň vyčíslují pravděpodobnost (viz obr. 9.5). Tyto úlohy jsou již komplexní a shrnují prvky kombinatoriky, počtu pravděpodobnosti i teorie grafů.

28.  Marek šel z Lhoty navštívit kamaráda Mirka do Lomu. Zapomněl si však mapu a tak doufal, že cestu ke kamarádovi najde. Cesty volil zcela náhodně. Podívej se do mapy a pověz, s jakou pravděpodobností se trefil napoprvé a došel ke kamarádovi?



Obr. 9.5: Ukázka komplexní úlohy

V těchto úlohách tedy žáci musí analyzovat předchozí dovednosti a zároveň naleznout nová pravidla. Závěrečné úlohy jsou i časově náročnější, dá se s nimi pracovat podrobněji, nemusí se zodpovídat pouze na hlavní otázku. Při hledání řešení se otázky objevují samy, například zda: „Je pro nás důležitá v úloze 28 křižovatka Pravá x les?“, „Jak se změní pravděpodobnost, pokud bude kamarád bydlet v Pravé?“, „Co se změní, když bude bydlet ve Zlaté?“, „Jaká bude pravděpodobnost, že dojde do lesa, pokud bude chtít jít Marek na houby?“ Takové příklady vyučujícím napomáhají objevit, do jaké míry žáci látku pochopili, zda objevili závislost a nezávislost jevů, grafické znázornění apod. Úlohy se dají zjednodušit, nebo naopak je lze upravit tak, že cesta bude složitější. Lze pracovat s jednou až dvěma úlohami celou hodinu, nebo zadat jen základní otázku jako domácí přípravu.

Tato kapitola díky pokusům odkrývá žákům také Zákon velkých čísel. Takovým příkladem je například úloha 20 (viz obr. 9.3), pokud přejdeme k simulaci pomocí kostky a poté i počítačové simulaci v GeoGebře (viz obr. 9.1), objeví i Klasickou definici pravděpodobnosti. Základní poznatky a informace jsou v závěru vždy shrnuty v rámečku (viz obr. 9.6).

*I v úlohách z pravděpodobnosti nám často pomohou **náčrtky** a **grafy**.*

*Využít můžeme také **pokusy** – například hody kostkou nebo mincí. K zobecnění výsledku pokusů však musíme pokus mnohokrát opakovat, proto nám pomáhá simulace na počítači.*

Obr. 9.6: Shrnující tabulka

9.3 Ukázky z práce v hodině

9.3.1 Průběh výuky

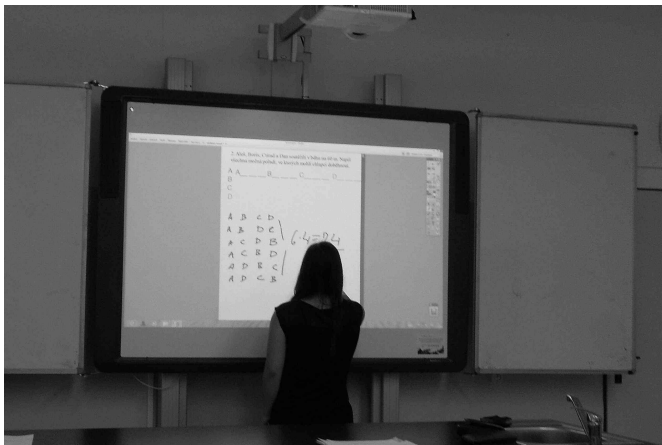
Výuka probíhala celkem 7 vyučovacích hodin ve dvou osmých třídách základní školy – dvě hodiny psali žáci didaktické testy, pět hodin probíhala samotná výuka. Po výuce byl s vybranými žáky dále veden polořízený rozhovor.

Žáci byli předem vyzváni, aby si do hodin nosili barevné pastelky nebo fixy, aby si mohli dělat náčrtky. Před samotným řešením úloh byli žáci upozorněni, že je důležité aspoň se pokusit nalézt řešení, úlohy mohou řešit libovolným způsobem, který je napadne, a že se obvykle hodí udělat si náčrtek a využít při tom pastelky.

Každá úloha byla společně přečtena a poté žáci dostali čas na hledání vlastního řešení. Chtěli jsme, aby se zapojil opravdu každý, proto by žákům hrozila špatná známka za práci v hodině pouze za předpokladu, že nepracovali. V případě, že někdo došel ke špatnému výsledku, byla volena forma pozitivní motivace v podobě „uznání zajímavé úvahy“ a následovala diskuze, jak jedinec k danému výsledku došel. Žáci se díky tomu opravdu nebáli svá řešení navrhopvat a dokonce je často velice logicky obhajovali, pokud se jednalo jen o drobnou chybu, kterou díky diskuzi sami objevili.

Poté probíhala diskuze nad řešením a na tabuli žáci ukazovali různé způsoby, jak k výsledku došli (viz obr. 9.7). I zdánlivě snadný příklad tak někdy zabral opravdu hodně času. Žáci nacházeli různá řešení, a tak jsme jich ukazovali na tabuli co nejvíce. Také žáci, kteří dospěli k jinému výsledku,

chtěli najít ve svém postupu chybu, a proto byla poskytnuta doba k diskuzi i pro ně. Vždy byla snaha, aby žák našel svou chybu sám a pokud ne, aby mu ji pomohli odkrýt spolužáci. Učitel se zapojoval do pomoci až ve chvíli, kdy nikdo jiný neuměl poradit.



Obr. 9.7: Řešení u tabule



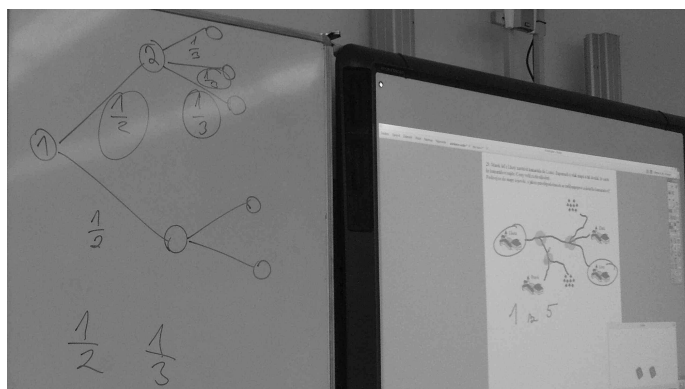
Obr. 9.8: Simulace podávání rukou

Některé úlohy zkoušeli žáci řešit simulací, například při řešení, kolik bude podání rukou, jestliže si pět kolegů gratuluje každý s každým (viz obr. 9.8). Přesto, že se jednalo o poměrně snadnou simulaci reálné situace, žákům činila nemalé potíže. Bez zápisu nebyli schopni spočítat, kolikrát si ruce vlastně podali. Navrhli proto, aby jejich jména byla napsána na tabuli a po každém podání ruky byla na tabuli nakreslena spojnice mezi žáky, jenž si ruce podali. Tím vlastně žáci objevili řešení pomocí grafu.

9.3.2 Konkrétní ukázka

Také příklad 28, jehož ukázkou máme v předchozí kapitole (viz obr. 9.5), byl z hlediska řešení velice zajímavý. Žáci ho označili jako nejsložitější. Přes skutečnost, že žáci dostali na řešení několik minut času k samostatné práci, pouze jeden žák vyřešil tuto úlohu zcela sám.

Přestože ostatní žáci dávali přednost vyjadřování pravděpodobnosti pomocí racionálních čísel (obvykle pomocí zlomků), tento žák si označil cestu pomocí procent. Vyšel ze Lhoty, kde si napsal 100%, na první křižovatce rozdělil pravděpodobnost na půl, tedy na 50% a 50%. Na druhé křižovatce se cesta dělila na tři další, vzal tedy pravděpodobnost 50% a vydělil ji třemi, čímž získal správnou odpověď.



Obr. 9.9: Návrhy řešení úlohy 28

Žáci dostali následně ještě další čas, aby našli jiný způsob řešení, což se nikomu nepodařilo. Když ovšem řešili stejnou úlohu jen s rozdílem, že šli například do Pravé, většina žáků již pomocí procent řešení našla sama. Větší problém nastal s cestou do lesa, kde existovaly dvě cesty, jak do lesa dojít. Několik žáků však i tuto situaci zvládlo, správně vyřešili každou cestu nejprve zvlášť a poté pravděpodobnosti sečetli.

Ve druhé třídě jsme se dostali do odlišné situace. I po několika minutách žádný žák nedospěl ke správné odpovědi. Přešli jsme tedy ke společné diskuzi (viz obr. 9.9).

Jeden z návrhů byla pravděpodobnost $\frac{1}{5}$, protože máme jednu správnou cestu z pěti možných. Přestože úvaha nebyla správná, k této variantě se přiklánělo několik žáků. Po krátké úvaze byla nalezena chyba v předchozí úvaze – neexistuje jen jedna křižovatka s pěti možnostmi, křižovatky jsou dvě. K tomu bylo správně dodáno, že na první křižovatce je pravděpodobnost rovna $\frac{1}{2}$ na druhé $\frac{1}{3}$. Avšak nastal problém s výslednou pravděpodobností. Při součtu se ukázalo, že se pravděpodobnost zvětší, což nemůže být správné řešení. Protože si žáci dlouhou dobu nevěděli rady, přešli jsme k analogii s koláčem: „Ukrojíte půlku koláče, z té půlky si sníte třetinu, jakou část koláče jste snědli?“ Odpověď už byla všem jasná. Když jsme chtěli vysvětlit, jak to souvisí s cestami, bylo nám správně zodpovězeno, že na první křižovatce už máme jen poloviční šanci, že dojdeme do cíle, z té poloviční máme už pouze třetinu, že jsme nezabloudili, výsledná pravděpodobnost je tedy $\frac{1}{6}$.

Je tedy patrné, že některé úvahy mají žáci stejné, i chybné úvahy se mohou shodovat. Najít správnou odpověď může být někdy obtížné, ale k cíli často vedou rozdílné postupy.

9.4 Poznatky z výuky a rozhovorů

9.4.1 Obecné poznatky

Reakce žáků na výuku tohoto tématu byly vesměs velmi pozitivní. Často se opakovaly reakce, že toto téma je „logické“, že „to snad ani není ma-

tematika“. Žáci dále oceňovali podporu v názorném a schématickém řešení a v samostatné práci – „Na všechno jsme přišli sami“.

Jak již bylo zmíněno výše, jediná rada, kterou žáci dostali, byla, aby používali pastelky, vše si načrtli, rozepsali, a tak hledali řešení. Pak se i nejslabším žákům dařilo samostatně naleznout řešení a sami označovali tento tematický celek jako „docela snadný“ a „logický“. Jako překvapující reakci lze považovat, že podstatná část žáků označila kombinatoriku a počet pravděpodobnosti za užitečné a měli by je rádi zařazené i v klasické výuce.

9.4.2 Poznatky podle dosahovaných výsledků v matematice

I žáci, kteří jsou v matematice obecně velmi slabí, dokázali mnoho úloh řešit samostatně. Jednalo se o poměrně netradiční formu výuky, kdy žáci sami objevovali veškeré postupy řešení, využívali schémata, simulace apod. I díky tomuto badatelskému přístupu se podařilo motivovat k práci žáky, kteří obvykle o matematiku nejeví přílišný zájem.

Skupina, kterou bychom označili jako průměrnou v matematice, pracovala samostatně u většiny úloh. U náročnějších úloh, ve kterých se odkrývala nová pravidla, obvykle čekala na nápovědu svých spolužáků. Pro některé žáky z této skupiny však byla tato problematika velice zajímavá a šla jim dobře. Právě do této kategorie bychom zařadili žáka, který objevil řešení úlohy 28 s procenty. Obvykle nenápadný žák, který v matematice nevyniká, nacházel řešení všech příkladů velice snadno. Jeho způsoby byly originální a právě on jako jediný našel řešení výše zmíněné úlohy.

Pro žáky, kteří v matematice dosahují dobrých výsledků, bylo toto téma poměrně jednoduché. Pravidla a vzorce obvykle odkryla právě skupina žáků, která je v matematice obecně úspěšná. Některé úlohy však činily problémy i jim a jednu úlohu jsme museli řešit s naší výraznou pomocí, aby byla pro žáky řešitelná a pochopitelná.

Především v této skupině však existovala část žáků, pro které bylo toto téma obzvláště náročné a neoblíbené. Byli to ti žáci, kteří mají problémy s logickým uvažováním. Jejich rozpaky byly znatelné již při výuce, kdy se

snažili pracovat, ale výsledky si skrývali a málokdy se pouštěli do debat o správném řešení a způsobech, jak řešení najít. Později obvykle přestali mít obavy a zapojovali se do diskuzí, většinou však pouze dávali otázky, pokud něčemu nerozuměli. Výsledky prvních testů taktéž naznačovaly, že někteří žáci, kteří mají z matematiky výborné známky, tuto oblast matematiky zvládají obtížněji, než jejich spolužáci. V druhém testu docházelo ke zlepšení, často však nějaké chyby nastaly i zde.

V závěrečném rozhovoru nám jedna žákyně řekla: „Bylo to pro mě fakt strašný. Normálně mám z matiky jedničky, ale tohle jsem vůbec nedávala. Všechno si nakreslit znělo hezky, ale ze začátku jsem to vůbec nechápala. (Zeptali jsme se, v čem bylo největší úskalí.) Když přijdu domu, projdu si, co jsme dělali, vždycky na to existuje nějaký pravidlo. No a to se naučím a pak ho používám na ty příklady. Ale to tady prostě nešlo. (Zajímalo nás, jestli se stále této látky obává.) Jo, tak jako už se mi to zdá lehčí, zkusila jsem si všechno nakreslit znova a našla jsem i jiné příklady. Když se člověk snaží, není to tak příšerný, ale normální matika je prostě lehčí.“

9.5 Shrnutí

Ukazuje se, že je možno kombinatoriku a počet pravděpodobnosti vyučovat již na základní škole bez větších problémů, přičemž není zapotřebí mnoha vyučovacích hodin. Způsob samostatného objevování se zdá jako vhodný a taktéž simulace se jeví jako užitečné.

Podle očekávání toto téma není obtížné pro žáky s logickým myšlením. Na druhé straně se jeví jako velmi náročné pro žáky, kteří se učí z paměti. Díky tomu se takoví žáci dostávají do situací, kdy nemohou najít řešení, protože nejsou zvyklí hledat řešení problémů bez algoritmu. Ale není nakonec správné, když žáci vidí, že ne vše je možné se naučit nazpaměť, ale že je také třeba nad věcmi uvažovat?

Kapitola 10

Tvorba parketází na základní škole

10.1 Úvod

V tomto článku se budeme věnovat badatelsky orientované výuce (BOV) realizované v devátém ročníku základní školy formou projektu. Na tento projekt měli žáci vyhrazeno 8 vyučovacích hodin. V následujících odstavcích budeme detailněji popisovat způsob práce žáků a učitele při realizaci projektu, a to s ohledem na badatelsky orientované vyučování.

10.2 Projekt

První hodinu učitel nejprve seznámil žáky s problematikou parketází. Žáci s učitelem diskutovali o různých typech parketází, dlažeb a vitráží, které jim učitel postupně promítal a společně se snažili objevovat, které geometrické objekty a vztahy se v uvedených parketázích vyskytují. Během následujících čtyř vyučovacích hodin věnovaných motivaci a přípravě učitel zopakoval

základní matematické poznatky, které jsou nezbytné k pochopení a navržení parketáže a poté oznámil žákům zadání projektu, které se skládalo ze tří úkolů. Prvním úkolem bylo navrhnout a narýsovat pomocí kružítko a pravítka parketáž na papír formátu A4. Druhým úkolem bylo navrženou parketáž zkonstruovat v programu GeoGebra a jako poslední úkol měli žáci tuto parketáž vyrobit z lepenky a zaplnit tak plochu jedné školní lavice. Na splnění těchto tří úkolů v projektu pak měli žáci zbylé tři vyučovací hodiny.

10.2.1 Motivace a příprava

Před realizací projektu se věnoval učitel motivaci a přípravě, během které žáci řešili několik dílčích úloh pro zopakování ale i objevování matematických vztahů souvisejících s tvorbou parketáží. Žáci řešili celkem čtyři typy úloh zaměřené na:

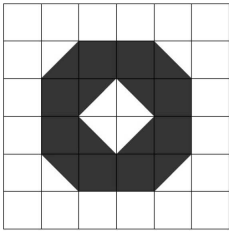
- a) obvody a obsahy obrazců (žáci porovnávali obsahy a obvody obrazců ve čtvercové síti),

Zadání:

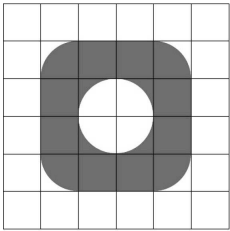
Prohlédni si pozorně obrazce ve čtvercové síti a urči bez výpočtu, který z obrazců má větší **obsah** a větší **obvod**.

Příklad 1

obrazec A



obrazec B

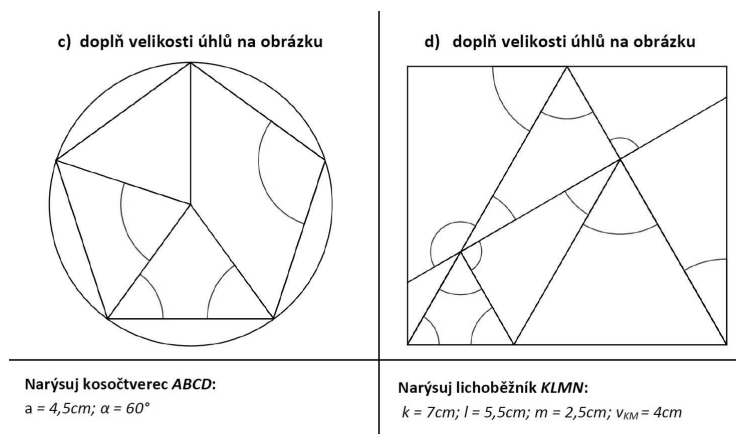


Odpověď:

- 1) Větší **obsah** má obrazec:
- 2) Větší **obvod** má obrazec:

Obr. 10.1: Ukázka zadání úlohy typu a

- b) velikosti úhlů a mnohoúhelníky (žáci doplňovali velikosti úhlů a konstruovali vybrané čtyřúhelníky),



Obr. 10.2: Ukázka zadání úlohy typu *b*

- c) osovou a středovou souměrnost (žáci měli sestavit z daných objektů osově nebo středově souměrné obrazce)

Úloha 2

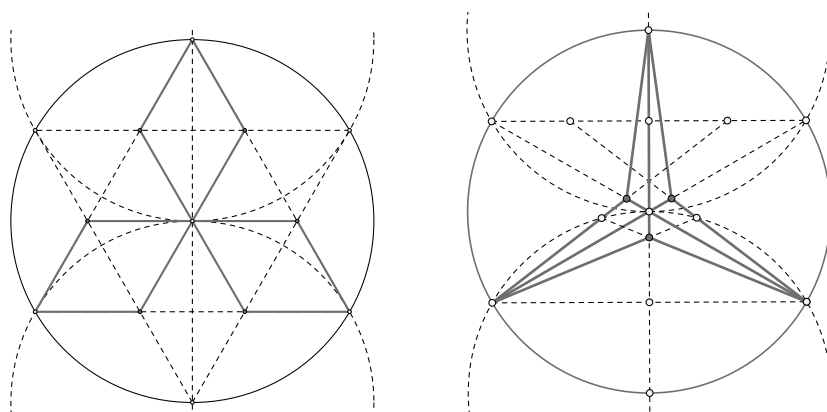
Sestavte z osmi shodných pravoúhlých rovnoramenných trojúhelníků dvou barev obrazec ve tvaru čtverce, který je

- a) pouze osově souměrný
- b) pouze středově souměrný
- c) osově i středově souměrný
- d) nesouměrný

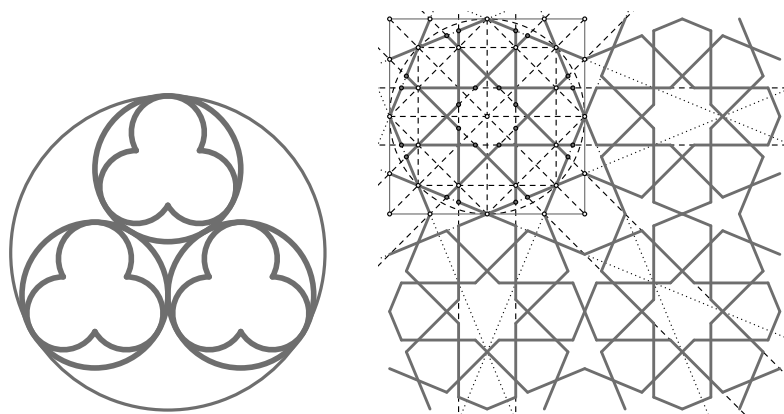


Obr. 10.3: Ukázka zadání úlohy typu *c*

- d) konstrukce ornamentů (vybrané ornamenty, viz obrázky 10.4 a 10.5, měli žáci narýsovat buď na papír, nebo zkonstruovat v programu GeoGebra)



Obr. 10.4: Konstrukční úlohy na rýsování pomocí pravítka a kružítka



Obr. 10.5: Konstrukční úlohy pro práci v programu GeoGebra [120]

Každému typu úloh žáci věnovali v rámci přípravy jednu vyučovací hodinu. Přibližně polovina žáků neměla s řešením úloh typu *a*, *b*, *c* žádný problém. Všechny úlohy řešili žáci nejprve samostatně a teprve potom, co už měli někteří žáci úlohy správně vyřešené, nechal učitel těmto žákům příležitost, aby pomáhali ostatním. Úlohy posledního typu *d* mohli žáci řešit buď samostatně od začátku, nebo mohli využít velmi stručného návodu na zkonstruování zadaných geometrických ornamentů. Smyslem těchto posledních úloh typu *d* bylo objevování souměrností a vztahů v daném obrazci, který měl být narýsován a také seznámit žáky s některými funkcemi v programu GeoGebra (jako jsou Posunutí, Otočení o úhel, Středová souměrnost, Osová souměrnost, Střed úsečky, Skrýt), které jsou nezbytné pro efektivní konstrukci parketáží.

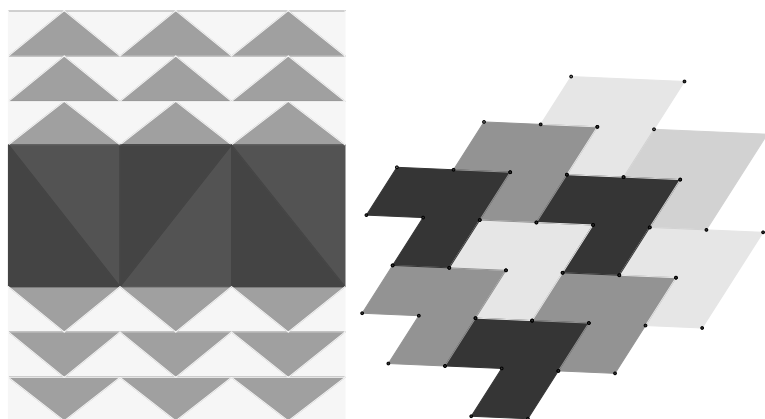
Při práci na všech úlohách typu *d* žáci komunikovali mezi sebou a navzájem si pomáhali s řešením. Pracovní tempo v programu GeoGebra bylo ve třídě výrazně odlišné, nakonec ale všechny úlohy vyřešily tři čtvrtiny třídy bez chyby. Ostatní žáci si s některými ornamenty vůbec neporadili, nebo je dokončili s chybami, které z časových důvodů již nestihli opravit.

10.4.1 Realizace

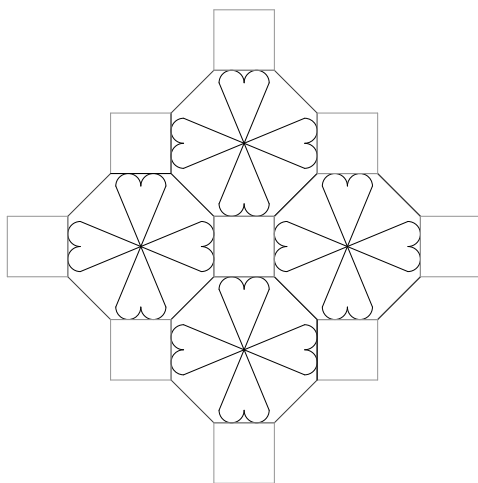
Po objevení geometrických vztahů v parketážích a po procvičení nových funkcí v programu GeoGebra během přípravy byla třída rozdělena do sedmi skupin po čtyřech žácích a každá skupina se začala věnovat realizaci projektu, na kterou byly vyhrazeny celkem tři vyučovací hodiny.

Prvním úkolem bylo během jedné vyučovací hodiny navrhnout a narýsovat na papír parketáž skládající se z geometrických útvarů. Žáci dopředu věděli, podle čeho bude učitel hodnotit jejich navrženou parketáž. Kritéria pro hodnocení byla následující: využití matematických znalostí, originalita, přesnost, krása a spolupráce ve skupině. Tato kritéria se vztahovala na celý projekt včetně dalších dvou úkolů, a to zkonstruovat navrženou parketáž v programu GeoGebra (viz obrázky 10.6 a 10.7) a následně ji vyrobit z lepenky (viz obrázek 10.9). Konstrukci parketáže v programu GeoGebra mohli žáci z časových důvodů splnit doma a odeslat soubor s hotovou konstrukcí

vyučujícím. Tuto možnost nakonec využily všechny skupiny a úkol každá z nich splnila bez chyby nebo chyby po upozornění odstranila.



Obr. 10.6: Ukázky žákovských parketází v programu GeoGebra

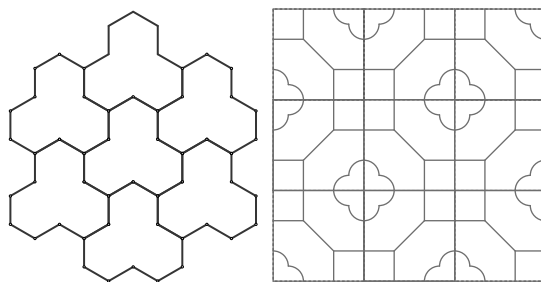


Obr. 10.7: Další ukázka žákovského řešení v programu GeoGebra

Na poslední úkol vytvořit navrženou parketáž z lepenky nakonec žáci potřebovali dvě vyučovací hodiny, přesto z časových důvodů tento úkol nestihly tři skupiny z celkových sedmi. Důvodem byla především špatná organizace práce uvnitř skupiny a také způsob výroby jednotlivých dílů parketáže. Některé skupiny rýsovaly na lepenku parketáž po jednotlivých částech a nikoliv co nejefektivněji jako celek. Tento aspekt úzce souvisí s matematickým chápáním geometrie parketáže a odhaluje, jakým způsobem žák tuto geometrickou strukturu vnímá. K tomuto problému se ještě vrátíme později.

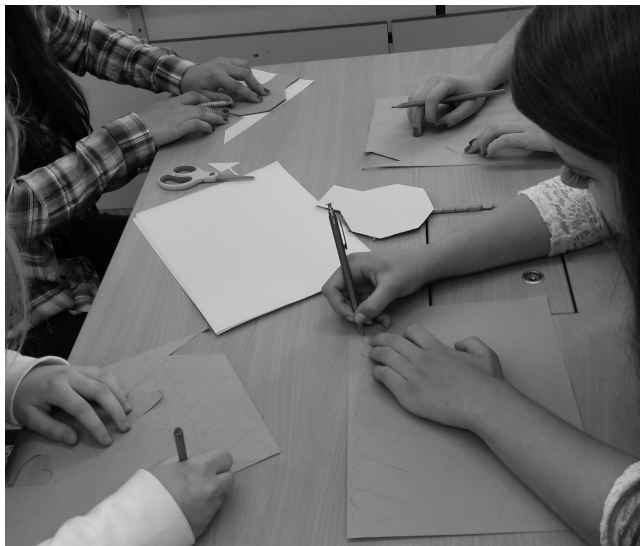
10.5 BOV

Během celého projektu byly žáci vedeni jak k samostatné, tak i k týmové práci při objevování a při řešení zadaných problémů. Žáci museli buď objevovat vztahy a poznatky týkající se již probrané látky z matematiky, nebo museli žáci dobře pozorovat jednotlivé obrazce a objevovat způsob jejich konstrukce odhalováním geometrických vztahů v těchto ornamentech (zejména při konstrukci ornamentů či parketází v programu GeoGebra, viz obrázky 10.4, 10.5 a 10.8). Všechny úlohy zadané při přípravě byly úlohy uzavřené (viz obrázky 10.1, 10.2, 10.3), jejichž řešení si mohli žáci dokonce zkontrolovat a učitel tak objevil, které matematické vztahy, poznatky či konstrukce dělají žákům problémy.



Obr. 10.8: Další ornamente, které měli žáci zkonstruovat

Samotné řešení projektu se opíralo o objevení a využití poznatků o geometrii parketáže, jako např. osová a středová souměrnost, vyplňování roviny pomocí vybraných shodných pravidelných mnohoúhelníků na základě jejich vnitřních úhlů, tvorba parketáže pomocí posunutí či otočení objektu apod. Zadání projektu bylo úlohou otevřenou v tom smyslu, že správných řešení bylo více a záleželo též na kreativitě a týmové spolupráci dané skupiny.



Obr. 10.9: Tvorba parketáže z lepenky

10.6 Vyhodnocení

Po uplynutí osmi vyučovacích hodin věnovaných badatelsky orientované výuce byly celkem čtyři skupiny úspěšné v řešení projektu. Zbylé tři skupiny nedokončily pouze poslední úkol týkající se výroby parketáže z lepenky, a to z časových či organizačních důvodů.

10.6.1 Úloha učitele

Během řešení projektu se ukázalo, že polovině třídy dělá problém samostatné uvažování, objevování a řešení úkolů v tomto projektu. Při motivaci zahrnující úlohy k procvičení základních matematických poznatků hrál učitel roli pouze pozorovatele a hodnotitele. Po vyhodnocení s žáky diskutoval o jejich správných a špatných řešeních a snažil se o to, aby žáci sami dospěli k opravě svých chybných představ. Při řešení projektu žáci spolupracovali v rámci svojí skupiny. Učitel pouze pozoroval práci žáků, diskutoval se skupinami jejich návrhy a postupy a snažil se je vést k efektivnímu řešení jejich samostatně navržené parketáže.

10.6.2 Problémy

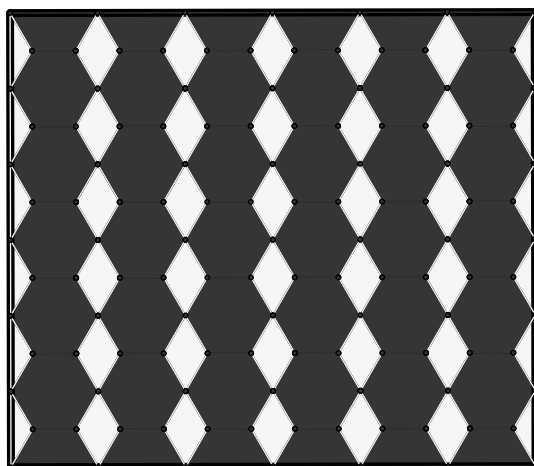
První problémy odhalil učitel při vytváření parketáže pomocí rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků během procvičování v rámci přípravy. Většině třídy dělala problém tato úloha: „Sestavte ze dvou, tří a čtyř shodných rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků různé čtyřúhelníky. Kolik konvexních čtyřúhelníků lze sestavit?“. Kromě toho, že tato úloha vlastně obsahuje dva úkoly, dělala problém zejména v představě o tom, jakými způsoby lze čtyřúhelník vůbec vytvořit pomocí trojúhelníků. Problémem bylo taktéž objevit počet všech možných různých řešení této úlohy.

Další problém se objevil při řešení úloh zaměřených na konstrukci vybraných geometrických ornamentů jako např. logo značky Mercedes a Mitsubishi (viz obrázek 10.4), gotický ornament či vzor ozdobné stěny budovy v Abú Dhabí (viz obrázek 10.5). Někteří žáci měli s vytvářením konstrukce těchto objektů v programu GeoGebra značné problémy. Příčinou mohl být odlišný způsob konstruování v programu GeoGebra oproti kružítku a pravítku. Žáci např. špatně konstruovali střed úsečky, a to tak, že pouze vytvořili bod na úsečce, který umístili přibližně do středu této úsečky, místo aby použili funkci „Střed úsečky“.

Jiným problémem bylo odhalování geometrických vztahů z obrázku ornamentu, popř. ze stručného návodu na konstrukci. Později se tento pro-

blém vyskytl též ve druhé úloze, kde měli žáci narýsovat navrženou parketáž v programu GeoGebra.

Poslední známkou úspěšného řešení projektu byla již zmíněná správná organizace práce při výrobě parketáže z lepenky, kde se projevilo též geometrické chápání žáků, tedy do jaké míry jsou žáci schopni navržené parketáže geometricky analyzovat a vidět v nich geometrickou strukturu. Někteří žáci totiž nechápali parketáž jako celek složený z opakujících se objektů, nýbrž jako určité množství jednotlivých pevně usazených geometrických obrazců, které do sebe zapadají (viz např. obrázek 10.10). Důsledkem takového nedostatečného geometrického chápání parketáže byla např. zbytečně zdlouhavá nejen konstrukce, ale i výroba parketáže dílek po dílku, která je navíc velmi nepřesná.



Obr. 10.10: Návrh parketáže jedné skupiny žáků v programu GeoGebra

10.7 Závěr

V tomto článku jsme se zabývali badatelsky orientovanou výukou formou projektu o vytváření parketáže na druhém stupni základní školy. Zjistili

jsme, že polovina žáků se aktivně podílela na úspěšném řešení tohoto projektu a že během něj žáci skutečně samostatně nebo s malou pomocí spolužáků objevovali geometrické vztahy a objekty. Žáci dokázali též tyto objevené poznatky kriticky navzájem zhodnotit při diskusi a správné informace následně využít při řešení projektu, čímž se jejich znalosti ještě více upevnily. Během této badatelsky orientované výuky si žáci nejen osvojili nové poznatky či dovednosti (zejména v programu GeoGebra), ale také znovu objevili a upevnili matematické znalosti, které již pozapomněli (konstrukce pravidelných mnohoúhelníků, středová i osová souměrnost, otočení o daný úhel, posunutí).

Kapitola 11

Kompetence k řešení problémů v BOVM

11.1 Úvod

V této kapitole uvedeme dva pracovní listy z geometrie koncipované metodou strukturovaného bádání, které mají kromě nových poznatků také rozvíjet u žáků kompetenci k řešení problémů. Žáci mají za úkol zodpovídat dílčí návodné otázky, aby došli k hledanému řešení. Tento postup je pro žáky značně snazší než otevřené bádání, přesto si však zachovává své přínosy pro rozvoj myšlení žáků. Princip strukturovaného bádání je v [121] definován takto: *Žáci a studenti hledají řešení (odpovědi) pomocí svého bádání a vytvářejí vysvětlení na základě důkazů, které shromáždili. Postup experimentů je učitelem relativně podrobně stanoven, ale řešení není předem známo. Žáci a studenti projevují svoji tvořivost při objevování zákonitostí. Jsou však při svém bádání regulováni učitelovými instrukcemi. Tato úroveň bádání je velmi důležitá pro rozvoj schopností žáků a studentů provádět vyšší úrovně bádání.*

V případě prvního pracovního listu Kolem dokola se jedná částečně dokonce o potvrzující bádání, jelikož žáci pouze dokazují dané tvrzení, kdežto v případě pracovního listu Lichoběžník objevují vztahy žáci sami.

11.2 Klíčové (a jiné) kompetence

Klíčové kompetence jsou v českém vzdělávání poměrně nový termín. Hučínová v [122] definuje klíčové kompetence jako znalosti, dovednosti, postoje a hodnoty, které budou žáci moci využít nejen ve škole, ale především v běžném osobním životě, při studiu a později i ve své profesní kariéře. Myšlenka klíčových kompetencí je v posledním desetiletí velmi rozšířená po celé Evropě, ačkoliv v některých zemích se můžeme setkat s jinými termíny, které však označují ty samé principy (klíčové dovednosti, základní dovednosti. . .). Stejně tak si každá země stanovuje klíčové kompetence podle vlastních potřeb. Zatímco v RVP se setkáváme se šesti klíčovými kompetencemi, v dokumentu Key Competences for Lifelong Learning – A European Framework, který byl vydán Evropským parlamentem a Evropskou radou, je jich uvedeno hned osm. Ve výsledku ale oba dokumenty uvádí podobné dovednosti jako klíčové, liší se především podrobnějším rozdělením. Podobné problematice se věnuje také americké společenství osob a organizací se zájmem o vzdělávání Partnership for 21st Century Learning (P21) [123], jejichž společným cílem je přizpůsobit současné vzdělávání tak, aby žáky připravilo na život ve 21. století. V návaznosti na to byl vydán P21's Framework for 21st Century Learning, čili Rámcový program pro dovednosti 21. století. Svou vlastní publikaci na toto téma 21st Century Skills and Competencies for New Millennium Learners in OECD Countries, vydalo také OECD. [124]

O tyto publikace se opírá například projekt SAILS [125] (Strategies for Assessment of Inquiry Learning in Science), který se snaží učitelům druhého stupně napříč Evropou usnadnit začlenění badatelsky orientované výuky do jejich hodin. V návaznosti na uvedené dokumenty uvádí mezi jinými metodami jako jedno z možných východisek problémové vyučování. „Problem solving“ totiž umožňuje přirozeným způsobem zařadit bádání do výuky, navíc přímo souvisí s kompetencí k řešení problémů, kterou jmenují jako stěžejní všechny uvedené dokumenty. Autoři v [126] přímo uvádějí, že dovednosti jako kritické myšlení a řešení problému jsou považovány za důležité sociální dovednosti, které mohou být rozvíjeny zadáváním vědeckých/badatelských

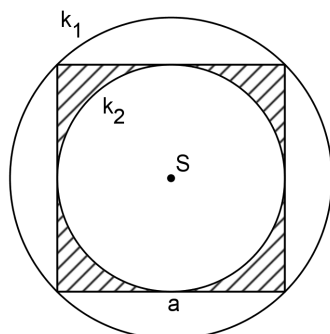
úloh. Jakákoliv forma badatelsky orientovaného vyučování je tedy vhodná pro rozvoj těchto dovedností.

V následující části proto uvádíme dva pracovní listy zaměřené na rozvíjení kompetence k řešení problémů s využitím badatelsky orientované výuky. Oba listy byly použity ve výuce na základní škole, a proto jsou dále uvedeny i zkušenosti z výuky společně s ukázkami žakovských řešení.

11.3 Kolem dokola

11.3.1 Pracovní list

Mějme kružnici opsanou a vepsanou čtverci. Obsahy jimi vymezených kruhů jsou potom v poměru 2 : 1 (Obr. 11.1).



Obr. 11.1: Kolem dokola

11.3.2 Zkušenosti z výuky

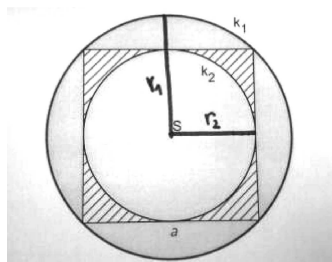
Tento pracovní list řešili žáci 8. a 9. ročníku. Úloha je principiálně podobná úlohám, které známe z učebnic matematiky:

- Kulatina má průměr 30 cm. Jaký největší trám se čtvercovým průřezem z ní lze vytesat?
- Obsah kruhu vepsaného do čtverce je 12. Jaký je obsah kruhu opsaného kolem čtverce?
- Čtverci o straně 98 m je opsána a vepsána kružnice. Určete poloměry obou kružnic. [127]

V pracovním listu je úkolem žáků ve dvou krocích, které jsou pro ně připraveny, dokázat tvrzení z Archimédovy Knihy lemmat [128], že obsahy kruhů vymezených kružnicí opsanou a kružnicí vepsanou čtverci, jsou v poměru 2 : 1. Jako motivační část zde byla využita konstrukce v programu GeoGebra, kde je možné konstrukci sestavit, zobrazit obsahy obou kruhů a poté měnit délku strany čtverce. Takto lze dané tvrzení ověřit. Úkolem žáků bylo jej dokázat.

Výše uvedené příklady s konkrétními údaji žáci poměrně zvládají, důkaz zadaného tvrzení je pro ně však znatelně obtížnější. Nejspíše jim tedy dělá problém práce s proměnnými a komplexnost celé úlohy. Aby žáci úkol zvládli, musí být schopni užít Pythagorovu větu v obecném tvaru a tak vyjádřit délku poloviny úhlopříčky čtverce o straně a . Tento výraz poté musí, stejně jako vyjádření poloviny strany a , dosadit do vzorce pro obsah kruhu a následně zjednodušit. Tyto dva kroky, které by s konkrétními hodnotami dokázali vyřešit, se zde stávají takřka nepřekonatelným problémem, který bez pomoci vyučujícího nebyl schopen vyřešit žádný žák. Celá úloha pro ně byla příliš abstraktní.

Malá část žáků nezvládla vyjádřit ani poloměry kružnic. Ostatní zvládli poloměr kružnice vepsané, avšak poloměr kružnice opsané již zvládl také málokdo. Obrázek 11.2 ukazuje, že část žáků dokonce ani nebyla schopna zakreslit si tento poloměr vhodně do obrázku, aby zjistili, že se jedná o polovinu úhlopříčky.



Obr. 11.2: Nevhodně vyznačený poloměr kružnice opsané

Na obrázku 11.3 lze vidět, jak obtížné bylo pro některé žáky pracovat pouze s proměnnými a nikoliv s čísly.

$r_1 =$ polovina a	$S_1 = \pi \cdot r_1^2$	$S_1 = 3,1415 \cdot \left(\sqrt{2} \cdot \frac{a}{2}\right)^2$
$r_2 =$ polovina úhlopříčky	$S_2 = \pi \cdot r_2^2$	$S_2 = 3,1415 \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$

Obr. 11.3: Obtíže žáků při řešení

Jen velmi malá část žáků došla s menší dopomocí k uspokojivému výsledku (viz obr 11.4).

$r_1 = \sqrt{a^2 + a^2} : 2$
$r_2 = a : 2$

2. Vyjádři obsahy obou kruhů. V jakém jsou poměru?

$S_1 = \pi \cdot r_1^2$	$S_1 = 3,14 \cdot \left(\sqrt{2} \cdot \frac{a}{2}\right)^2$	$S_1 = 3,14 \cdot 2 \cdot \frac{a^2}{4}$
$S_2 = \pi \cdot r_2^2$	$S_2 = 3,14 \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$	$S_2 = 3,14 \cdot \frac{a^2}{4}$

$S_1 : S_2 = 2 : 1$

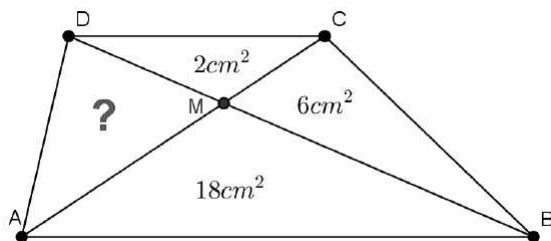
Obr. 11.4: Úspěšné řešení žákyně 8. ročníku

Elementární nedostatky v matematických dovednostech žáků byly hlavní příčinou jejich neúspěchu při řešení této úlohy. Nebýt toho, bylo pro ně řešení pracovního listu zajímavé a neobvyklé a samotné bádání a myšlenka, že mohou dokázat nějaké tvrzení, pro ně byly atraktivní. Jejich snaha o vyřešení úloh byla oproti jiným hodinám znatelně větší. Poté, co vyřešili úkoly s dopomocí učitele, navíc sami uznali, že úlohy nebyly složité a výsledek je zajímavý.

11.4 Lichoběžník

11.4.1 Pracovní list

Je dán lichoběžník $ABCD$ a bod M , který je průsečíkem úhlopříček lichoběžníku. Dále známe $S_{ABM} = 18 \text{ cm}^2$, $S_{BCM} = 6 \text{ cm}^2$, $S_{CDM} = 2 \text{ cm}^2$. Jaký je obsah celého lichoběžníku?



Obr. 11.5: Lichoběžník

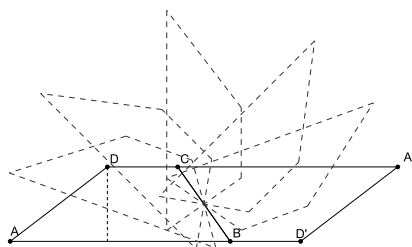
11.4.2 Zkušenosti z výuky

Cílem tohoto pracovního listu je, aby žáci odvodili vzorec pro obsah lichoběžníku a aby objevili, že trojúhelníky vytyčené úhlopříčkami při ramenech lichoběžníku, mají stejný obsah. V tomto listu, který je určen pro 7. ročník, se zaměříme pouze na trojúhelníky při ramenech lichoběžníku.

Úlohu by bylo možné rozšířit o vztah mezi obsahy trojúhelníků při základnách, avšak na to je již potřeba znalostí podobnosti, jelikož tento vztah vyplývá z podobnosti těchto dvou trojúhelníků. Proto by bylo takto rozšířenou úlohu možné zařadit až v 9. ročníku.

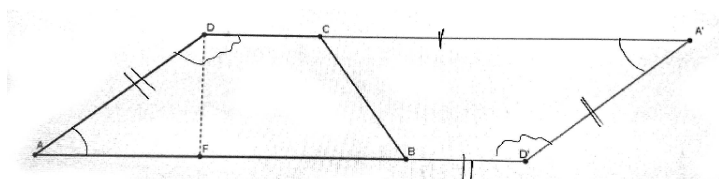
Jako motivační příklad je v úvodní části uveden obrázek 11.5. Úkolem žáků je zjistit obsah celého lichoběžníku, k čemuž potřebují objevit právě zmiňovaný vztah pro trojúhelníky při ramenech. Vyřešení tohoto problému je nezbytné, aby byli žáci schopni určit obsah lichoběžníku. Jsou tedy motivováni k tomuto objevu. Otázkou, na kterou by se měli ptát je: Platí pro tyto dva trojúhelníky nějaké vztahy? A pokud ano, jaké? Jelikož se ale úloha věnuje obsahu lichoběžníku, jsou žáci vyzváni, aby odvodili i tento výpočet.

V první části pracovního listu bylo tedy úkolem odvodit vztah pro obsah lichoběžníku. Žáci již znali vzorce pro obsah trojúhelníku i rovnoběžníku a byli obeznámeni i se způsoby pro odvození těchto vztahů. Tentokrát měli vzorec odvodit sami pomocí návodných otázek a animace v programu GeoGebra, kterou sledovali na tabuli. Tato animace je naznačena v následujícím obrázku 11.6.



Obr. 11.6: Animace

Zobrazený tvar všichni žáci okamžitě pojmenovali jako kosodélník či rovnoběžník, protože „to tak vypadá“. S tímto odůvodněním se však nelze spokojit. Žáci byli tedy vyzváni k exaktnějšímu zdůvodnění, ke kterému po chvíli také došli a to přes rovnoběžnost stran a shodnost protějších úhlů, jak znázorňuje obrázek 11.7.



Obr. 11.7: Rovnoběžník

a) Sledujte animaci v programu GG a pojmenujte výsledný obrazec.
rovnoběžník, kosodělník

b) Vyjádřete velikost úsečky AD' .

c) Vyjádřete obsah tohoto čtyřúhelníku.

d) Jakou část obsahu zabírá původní lichoběžník? Jak tedy vypočítáme jeho obsah?

$$S = (a+c) \cdot h$$

$$S = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

$$S = (a+c) \cdot h$$

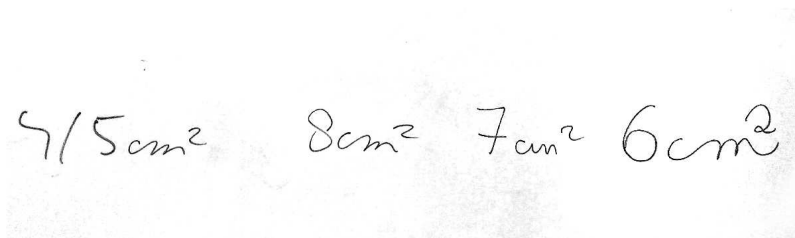
$$S = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$$

Obr. 11.8: Odvození vzorečku pro obsah

Následující úkol – vyjádření velikosti úsečky AD' – se žákům zdál nejprve nemožný, jelikož ještě neumí pracovat s výrazy a chyběly jim tedy velikosti stran a a c . Po chvíli na to ale většina žáků přišla (obrázek 11.8). Ti ostatní si zkusili vyjádřit nejprve celý obvod, kde už jsou s výrazy nevědomky schopni operovat, a poté pouze délku úsečky AD' . Zbývající dva úkoly již zvládli bez jakýchkoliv obtíží, což lze připsat také tomu, že znají odvození vzorce pro obsah rovnoběžníku a trojúhelníku.

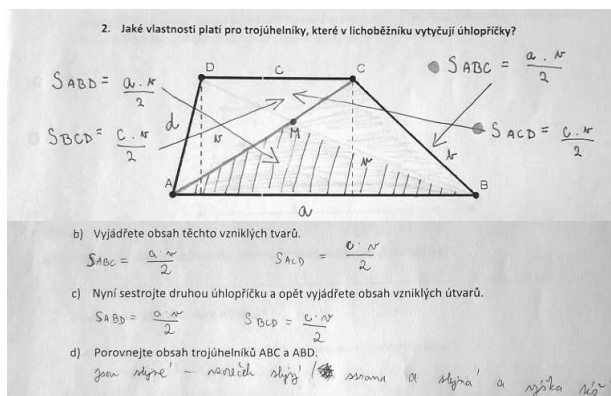
Všichni žáci ve třídě nakonec během 15 minut sami (nebo s malou pomocí) přišli na vzorec pro obsah lichoběžníku. Všichni také považovali tuto úlohu za lehkou díky návodným otázkám. Tři čtvrtiny třídy si navíc myslí, že si vzorec zapamatují snáze, protože si ho odvodili sami. A pokud by si nemohli vzpomenout, odvodí si ho znovu. To vše naznačuje, že kompetence k řešení problémů je u žáků v této konkrétní třídě na vysoké úrovni. Tím spíše je třeba ji i nadále podněcovat a podporovat její rozvíjení.

Druhým dílčím úkolem bylo zjistit vztah mezi trojúhelníky při ramelech lichoběžníku, které vzniknou, pokud sestrojíme v lichoběžníku úhlopříčky. Než žáci začali zkoumat, pokusili se nejprve odhadnout chybějící obsah trojúhelníku. Jak je znázorněno v obrázku 11.9, jejich odhady nebyly daleko od skutečného obsahu.



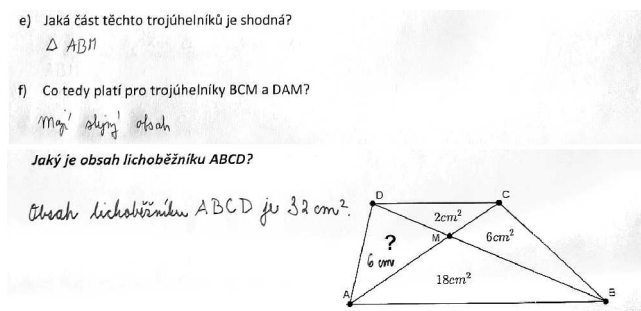
Obr. 11.9: Tipy žáků

Následně žáci do připraveného obrázku sestrojili nejprve jednu a poté druhou úhlopříčku. Pokaždé přitom vyjádřili obsahy dvou vzniklých trojúhelníků, jako například v obrázku 11.10. Poté si již museli jen všimnout, že oba trojúhelníky, které mohou vzniknout při základně, mají shodný obsah.



Obr. 11.10: Řešení žáka 7. ročníku

Část těchto dvou trojúhelníků se navíc beze zbytku překrývá a proto i zbývající části trojúhelníků musí mít stejný obsah. Tyto dvě zbývající části jsou právě zkoumané trojúhelníky při ramenech lichoběžníku. Jejich obsah je tedy stejný a díky tomuto zjištění lze dopočítat obsah celého lichoběžníku. Příklad žakovského řešení znázorňuje obrázek 11.11.



Obr. 11.11: Řešení žáka 7. ročníku

V závěru hodiny se žáci ještě pokusili ze vzorce pro obsah určit rozměry lichoběžníku, resp. délky základů a výšku. Na to by ale také potřebovali

znát princip podobnosti a proto se tento úkol již nezdařil. Mnohem důležitější je, že žáci sami hledali další problém a snažili se zadanou úlohu ještě rozšířit a dále bádát.

11.5 Závěr

Během vyučovacích hodin, ve kterých byly tyto pracovní listy použity, se ukázalo, že žáci nejsou na badatelsky orientované úlohy zvyklí. Velká většina ale považovala úlohy za zajímavé, což bylo patrné i na jejich odhodlání a snaze je vyřešit. Již to lze považovat za úspěch. Vedle toho si z výuky odnesli nové informace a byli nuceni využít to, co již znají z předchozích hodin, aby objevili něco nového.

Kapitola 12

Matematické úlohy pro ZŠ s prvky badatelsky orientované výuky

12.1 Úvod

Záměrem mého řešitelského působení v projektu *Badatelsky orientovaná výuka matematiky a informatiky s podporou technologií* bylo vytvoření sady matematických úloh s prvky badatelsky orientované výuky. Vznikly tak tři úlohy pro žáky druhého stupně ZŠ, které jsou obsahově zaměřené především na oblast geometrickou, i když to není vždy hned na první pohled zřejmé. Navíc jsou koncipovány tak, aby měly netradiční charakter a přitom byly zajímavé a blízké problémům běžného života [129].

Matematizace dané úlohy by měla řešitele dovést k objevení řešení, a to buď přesného, nebo přibližného v závislosti na dané úloze a datech v ní obsažených. Dále je podstatné, že objevená řešení dané úlohy (zvolené postupy a metody) mohou být různá a závisí na konkrétním řešiteli, v čemž spatřuji podstatný znak badatelsky orientované výuky.

Cenné mohou být i mezipředmětové vztahy, které z jednotlivých úloh vyplývají, a to například v rámci předmětů jako jsou zeměpis, informatika, technická výchova a další. Pomocí vhodně zvolených úprav je možné tyto úlohy přizpůsobit i na projektové vyučování. Dále se domnívám, že analyzování dané úlohy a hledání jejího řešení napomáhá také k rozvoji matematické gramotnosti. Ve dvou úlohách, byť v jedné jen v rozšiřující části, je začleněno i využití technologií. Důraz je kladen na aplikaci počítačového programu GeoGebra [130], který je vhodný pro své především geometrické zaměření [28].

V každé úloze je ve větší či menší míře zařazen požadavek odhadu. Vytvořené úlohy tak korespondují i se zaměřením mé rozpracované diplomové práce s názvem *Odhady v matematice na základní škole*, do které je mám v úmyslu začlenit.

Zda bude daná úloha řešena jednotlivci nebo malými skupinkami záleží na zadávající osobě (dále jen zadavatel). Osobně však považuji za vhodné, aby 1. a 3. úloha byla řešena samostatně jednotlivci (dále jen řešitelé) a 2. úloha malými skupinkami.

12.2 Úloha 1. – Zajímavé obrazce

První úloha nesoucí název Zajímavé obrazce je rozdělena na dvě části (A a B) a je zaměřena především na odhad obsahu rovinných geometrických obrazců. Předpokládá se, že její řešitelé znají význam pojmů v ní obsažených a jsou již vzhledem k probrané látce schopni ji vyřešit.

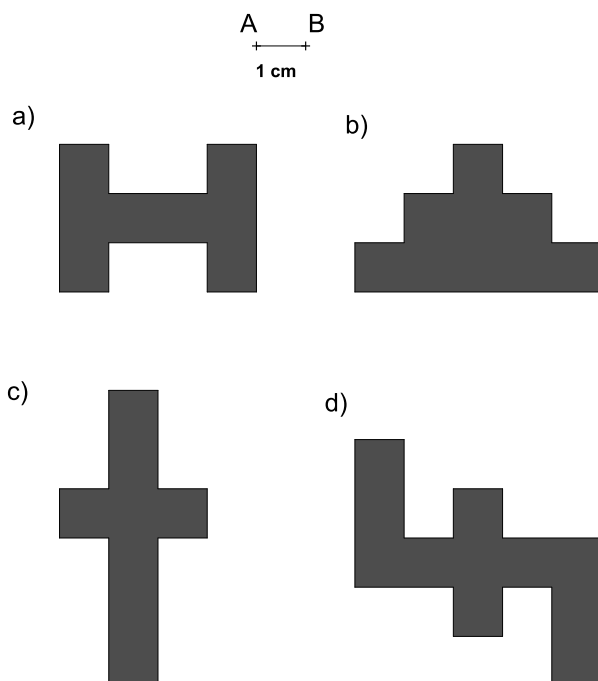
12.2.1 Část A

V první části jsou řešiteli zadány tyto pokyny.

Na obrázku (12.1) jsou pravoúhlé geometrické obrazce a), b), c), d):

- Odhadněte, který z nich má největší obsah a který nejmenší.

- Odhadněte velikosti obsahů jednotlivých obrazců, jestliže úsečka AB má délku 1 cm.
- Pro kontrolu odhadu nalezněte postup, jak u každého obrazce obsah přesně vypočítat, a vypočítejte ho podle něho. Potřebné délky si změřte v obrázku. Zápis výpočtu podrobně rozepište, nevynechávejte žádné kroky v postupu a kreslete si náčrtky.



Obr. 12.1: Zajímavé obrazce 1

První část této úlohy je uzavřena rozšiřujícím úkolem formulovaným požadavkem následující podoby.

- Určete, kolik os souměrnosti má daný obrazec. Osy souměrnosti načrtněte. Kontrolu proveďte v programu GeoGebra.

Jak je vidět, jsou zde předloženy 4 pravoúhlé geometrické obrazce. Při zadávání této části úlohy je podstatné zaměřit se na jejich velikosti (rozměry), protože řešitel s nimi pracuje. Je důležité, aby v předloženém zadání byly naměřené délky hran obrazců v celočíselných násobcích 1 cm, což je předpokladem této části úlohy. Tyto rozměry však nemají být u obrazců uvedeny, aby nepůsobily rušivě při odhadu. Rozměr je uveden pouze u úsečky AB , kde tato úsečka má mít jak uvedenou, tak skutečnou délku 1 cm. Zajímavou obměnou by jistě bylo, kdyby skutečné rozměry hran obrazců i délka úsečky AB nebyly po změření celočíselné násobky 1 cm (jako je zde), a přesto by bylo uvedeno, že úsečka AB představuje délku 1 cm. Taková skutečnost by zkomplikovala celou situaci, to ale není žádoucí.

Ze zadání vyplývá, že úkolem řešitele je nejprve odhadnout, který z obrazců má největší obsah a který nejmenší, dále pak odhadnout velikosti jejich obsahů, pokud spolu s nimi vyobrazená úsečka má délku 1 cm. Poskytnutí ukázky délky 1 cm v podobě délky úsečky AB je účelné. Má sloužit jako možná pomůcka při odhadu. Opět by bylo možné tuto úlohu ztížit tím, že by ukázka této délky byla vypuštěna. Řešitel má své odhady v následujícím kroku ověřit výpočtem velikostí obsahů jednotlivých obrazců. Potřebné rozměry si změří z obrázků. Tím se dozvídá o délkách hran v celočíselných násobcích 1 cm.

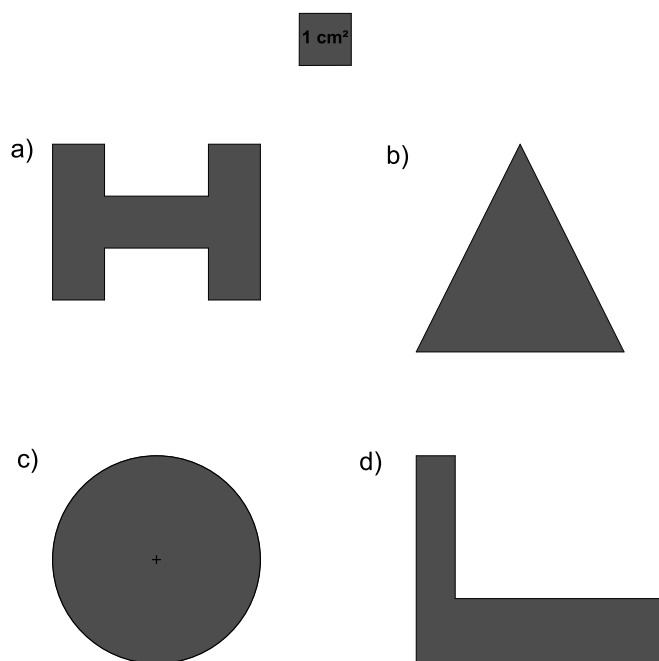
Volba způsobu odhadů i výpočtu obsahů obrazců je zcela na řešiteli. Tím je ponechán prostor pro badatelskou činnost žáků. Nicméně je však od řešitele je požadováno, aby zaznamenal nezkrácený zápis (popř. popis) postupu výpočtu, který může doplnit o náčrtky a vysvětlivky, aby bylo možné analyzovat, jaký postup zvolil a jak v něm byl úspěšný. V závěru části této úlohy je již zmíněný rozšiřující úkol, kde má řešitel určit počet os souměrnosti každého obrazce a na vyobrazených obrazcích je načrtnout. Následná kontrola by pak měla proběhnout opět badatelským způsobem, a to v programu GeoGebra, ve kterém budou řešiteli předloženy dané obrazce nebo je v něm řešitel může sám vytvořit. Zde se předpokládá, že řešitel již byl s tímto programem seznámen, využívá ho v hodinách matematiky při řešení geometrických úloh a zná jeho nástroj „osová souměrnost“.

12.2.2 Část B

Řešiteli jsou v této části úlohy zadány následující pokyny.

Na obrázku (12.2) jsou geometrické obrazce a), b), c), d):

- Odhadněte velikosti obsahů jednotlivých obrazců, jestliže tento čtverček má obsah 1 cm^2 .



Obr. 12.2: Zajímavé obrazce 2

- Dané obrazce okopírujte na čistý papír a vystříhněte je. Dále pomocí rozstřihání obrazců do čtvercové sítě s velikostí strany čtverce 1 cm se pokuste určit jejich obsah.

Druhá část této úlohy má podobné zaměření jako část první, jsou zde opět zobrazeny 4 geometrické obrazce, jak ukazuje obrázek 12.2. Tyto obrazce ale již nejsou všechny pravoúhlé (př. kruh nebo trojúhelník) a ani jejich rozměry nejsou při zadání u všech obrazců celočíselné násobky 1 cm.

V zadání úkolu je „tímto čtverečkem“ myšlen čtvereček, který je vyobrazen spolu s označenými obrazci. I v této části úlohy je zapotřebí se zaměřit na jeho velikost. V zadání pro řešitele by naměřená délka jeho hrany měla být 1 cm, tedy aby čtvereček měl obsah 1 cm^2 , jako je v něm uvedeno. Jak vyplývá ze zadání, je od řešitele vyžadováno, aby odhadl velikosti obsahů jednotlivých obrazců. K tomu jako pomocný prvek slouží právě daný čtvereček. Dále pak následuje ověření odhadu, které již neprobíhá pomocí výpočtu, ale má pracovní podobu a je možné ho do určité míry považovat za badatelské, protože záleží opět na konkrétním řešiteli, jak obrazce rozstříhá a vhodně poskládá do čtvercové sítě, a tak určí přibližné obsahy obrazců.

Při vytvoření zadání této úlohy popsáním způsobem by obsahy obrazců měly mít velikost v části A - a) 8 cm^2 , b) 9 cm^2 , c) 8 cm^2 , d) 11 cm^2 a v části B - a) 8 cm^2 , b) $12,57 \text{ cm}^2$ (zaokrouhleno na setiny), c) 8 cm^2 , d) 8 cm^2 . Obrazce byly vytvořeny tak, aby vycházely záměrně takovéto hodnoty. Na závěr každé části úlohy by měla proběhnout diskuse nad výsledky, kterých řešitel dosáhl, popřípadě porovnat je s výsledky ostatních řešitelů, pokud jich na dané úloze pracovalo více najednou. Zaměřit by se mělo především na výhody a nevýhody zvolených postupů.

Zadavatel by měl řešitelům důkladně vysvětlit zadání a upřesnit případné nejasnosti vztahující se k němu. Následně by ale již neměl napovídat a radit, jak danou úlohu vyřešit z toho důvodu, aby řešitelé mohli sami bádát a volit si vlastní způsob (strategii) řešení. Důležité je také rozhodnutí zda celou úlohu se všemi jejími úkoly předložit najednou nebo zadávat jednotlivé úkoly postupně. Rozhodnutí je ponecháno zadavateli. Je však nutné, aby řešitel vykonával jednotlivé úkoly v pořadí, ve kterém jsou uvedené. Bylo by totiž značně bezvýznamné například snažit se o odhad ve chvíli, kdyby už byly řešiteli známy přesné hodnoty. V této souvislosti bych doporučoval

umožnit žákům používat měřidla s vyznačenými jednotkami délky až poté, co provedou odhad.

12.2.3 Testování části A

Část A této první úlohy jsem osobně otestoval na základní škole Matice školské v Českých Budějovicích s výběrovou třídou 7. A, kde mi byla poskytnuta jedna hodina matematiky. Počet žáků této třídy byl 18. Při vyhodnocování výsledků testování jsem zvolil popisnou formu.

Vyhodnocení testování ukazuje, jak jsou žáci schopni si poradit s předloženým problémem a jaké postupy při jeho řešení volí. U odhadování, který z obrazců má největší a který nejmenší obsah, uvedlo všech 18 žáků, že největší obsah má obrazec c), ale odpovědi na nejmenší obsah se již lišily, 8 žáků uvedlo pouze obrazec a), 7 žáků uvedlo pouze obrazec c) a 3 žáci uvedli současně obrazce a) i c). Dva z těchto tří žáků navíc uspořádali obrazce podle velikostí obsahů, i když k tomu nebyli vyzváni.

U odhadování velikostí obsahů jednotlivých obrazců odhadla polovina žáků, tedy 9, přesné hodnoty u všech čtyř obrazců. Otázkou však zůstává, kolik z nich tyto hodnoty určilo požadovaným odhadem a kolik z nich je vypočítalo. Mezi těmito devíti žáky byli i oni tři, kteří uvedli současně obrazce a) i c) jako obrazce s nejmenším obsahem. Z druhé poloviny žáků 4 neodhadli přesnou hodnotu obsahu ani u jednoho z obrazců a jejich odhady byly dokonce vždy větší než přesná hodnota, a to mnohdy více než dvojnásobně. Navíc je zajímavé, že u třech z těchto čtyř žáků neodpovídaly odhady velikostí obsahů obrazců odhadu obrazce s nejmenším obsahem z prvního úkolu, tedy že v druhém úkolu odhadli nejnižší hodnotu obsahu u jiného obrazce, než u kterého v prvním úkolu odhadli, že má nejmenší obsah. Zbývajících 5 žáků odhadlo přesné hodnoty obsahů alespoň u jednoho, ale nejvýše u třech obrazců, tam kde neodhadli přesnou hodnotu se lišili nejvíce o 2 cm^2 .

V předposledním úkolu, kde žáci měli nalézt postup, jak u každého obrazce obsah přesně vypočítat a aplikovat ho, jsem dopředu předpokládal

volbu jednoho ze 2 způsobů řešení. Jedním je rozdělení obrazce na obdélníky a následný výpočet součtu jejich obsahů. Druhým je rozdělení obrazce na čtverečky o obsahu 1 cm^2 a určení jejich počtu. Tento předpoklad se mi potvrdil, ale objevil se ještě jeden, třetí způsob řešení. Jde o dokreslení (doplnění) obrazce na obdélník nebo čtverec, vypočtení jeho obsahu a odečtení obsahu útvarů, které netvoří obsah požadovaného obrazce. Někteří žáci použili odlišné způsoby řešení pro výpočet jednotlivých obrazců. Více než jednu metodu aplikovali 4 žáci. Souhrnně byl použit 17krát první způsob řešení, 28krát druhý způsob řešení, 12krát třetí způsob řešení a 15krát nesprávný postup, který nevedl k cíli, jako například postup vzájemného vynásobení všech stran útvaru nebo postup zcela záhadný, bez vysvětlení. Dalším zjištěným poznatkem je skutečnost, že někteří žáci, i přes to, že se dopracovali k správným výsledkům, se dopustili chyb nebo nepřesností ve formálním zápisu.

Poslední rozšiřující úkol byl pro žáky náročný. Jen 3 žáci se pokusili číselně určit, kolik os souměrnosti má daný obrazec, ale již všichni se je podle svého uvážení pokusili načrtnout. Pouze 4 žáci je měli načrtnuté správně u všech 4 obrazců, to znamená, že jim žádná nechyběla a ani nebyla žádná navíc. Všechny 18 žáků vyznačilo správně u obrazce b) jeho jedinou existující osu souměrnosti a žádnou další. U žádného dalšího obrazce se taková shoda již nevyskytla. Nejvíce nesprávných vyznačení, tedy takových, že některá osa souměrnosti chyběla nebo naopak byla navíc bylo u obrazce d), což je zajímavé. Zde 6 žáků vyznačilo jednu a 2 žáci dokonce dvě osy souměrnosti, přitom ale obrazec d) osově souměrný vůbec není a je pouze středově souměrný. U obrazce a) bylo podle výše určeného principu stanoveno 5 nesprávných vyznačení, přičemž pouze u jednoho to bylo způsobeno vyznačením navíc neplatných os. Ve zbylých 4 vyznačení tedy vždy nějaká osa chyběla. U obrazce c) bylo opět podle výše určeného principu stanoveno 7 nesprávných vyznačení, přičemž zde byla všechna způsobena právě vyznačením navíc neplatných os.

12.3 Úloha 2. – Plocha rybníku

Druhá úloha má název Plocha rybníku a obsahuje dvě pracovní části. Oproti předchozí úloze je sice více badatelská, ale zároveň však náročnější na realizaci. Propojuje vědomosti a dovednosti z matematiky, zeměpisu, fyziky a informačních technologií, neboť se od řešitele předpokládá znalost učiva o poměru a měřítkách map a plánů, dovednost pracovat v programu GeoGebra na úrovni vyžadované zadáním a základní vědomosti ze zeměpisu a fyziky. Inspiraci k tvorbě této úlohy jsem našel v diplomové práci pana Mgr. Jaroslava Pátka [131]. Řešiteli je předloženo následující zadání.

Tvorba plánu:

1. Na internetovém portálu www.mapy.cz v maximalizovaném okně internetového prohlížeče vyhledejte rybník s názvem Závratský, ležící u vesničky s názvem Závraty, která se nachází jihovýchodně od Českých Budějovic. GPS souřadnice přibližného středu rybníku jsou $48^{\circ}56.52785'N$, $14^{\circ}23.00055'E$.
2. Zobrazte daný rybník na obrazovce počítače tak, aby na ní byl celý, velikost dvou dílků grafického měřítka byla 100 m a rybník nebyl daleko od grafického měřítka, které se nachází v levém dolním rohu zobrazeného plánu.
3. Pomocí tlačítka Print screen zaznamenejte plán tohoto rybníku spolu s odpovídajícím grafickým měřítkem v popsané podobě a vyvolejte ho jako obrázek formátu PNG v programu Malování (popř. Gimp, atd.). Obrázek nijak dále neupravujte.
4. Tento obrázek (plánek) vložte do programu GeoGebra. (Úpravy – Vložit obrázek z ...).

Úkoly k plánu:

- Odhadněte skutečnou výměru rybníku.

- Pokuste se o další odhad této výměry pomocí programu GeoGebra s vloženým plánkem rybníku.

Pracovní části úlohy:

Část A:

- Vytiskněte si vytvořený plánec rybníku s daným měřítkem na papír a ten přilepte na připravenou desku tvaru hranolu tak, aby celá plocha plánu rybníku byla na jedné její stěně.
- Vyřízněte z této desky kolmé těleso s podstavami tvaru rybníku.
- Navrhněte a zrealizujte postup, jak vypočítat výměru rybníku pomocí tohoto tělesa.

Část B:

- Nyní jsou k dispozici vytištěné plánky (obrázek 12.3 a obrázek 12.4) dvou rybníků se stejným grafickým měřítkem. První rybník je již známý Závratský a druhý (nepřeškrtnutý) je nějaký rybník z Českých Budějovic. Nejprve odhadněte, který z rybníků má větší výměru a pak navrhněte postup, jak pomocí těchto plánků odhad ověřit. Můžete opět využít princip kolmého tělesa s podstavami tvaru rybníku jako v první části.
- Pokuste se dohledat název druhého rybníku.

Kontrolu, jak přesné byly odhady, lze provést vyhledáním výměr příslušných rybníků na webových stránkách Českého úřadu zeměměřického a katastrálního – www.cuzk.cz.



Obr. 12.3: Závratský rybník



Obr. 12.4: Neznámý rybník

12.4 Úloha 3. – Kolo auta

Třetí a poslední vytvořená úloha, pojmenovaná Kolo auta, je zaměřena zejména na opotřebení, tzv. sjíždění pneumatik automobilů. Její zadání je následující.

Vyberte si takový osobní automobil ve vaší rodině (popř. u známého s jeho souhlasem), aby na něm byla celá přední kola, tedy ráfky s pneumatikami a aby na pneumatikách byly vyznačeny jejich údaje ve standardizovaném formátu např. 205/55 R16 (formát používaný v technickém průkazu vozidla [132]). Tyto údaje si opište.

Úkoly:

- Odhadněte poloměr předního kola i jeho obvod.
- Změřte obvod kola pomocí provázku, který pak přiložte k měřidlu délky. Dopočítejte poloměr kola. Porovnejte vypočítané a naměřené hodnoty s vaším odhadem.
- Zjistěte, co znamená značení na pneumatice ve formátu např. 205/55 R16.
- Určete výpočtem obvod a poloměr vámi vybraného kola s novou pneumatikou z vyznačených údajů na pneumatice.
- A nyní se zaměřte na to, jak sjetí vzorku pneumatiky zkresluje naměřenou ujetou vzdálenost na počítadle ujeté vzdálenosti. Nejprve odhadněte, zda při jízdě se sjetou pneumatikou bude naměřená ujetá vzdálenost počítadlem větší nebo menší než skutečně ujetá vzdálenost, pokud je počítadlo nastaveno na obvod nové pneumatiky. Dále navrhnete a zrealizujete postup, kterým zjistíte, o kolik metrů více nebo méně bude na tomto měřiči ujeté vzdálenosti při ujetí 1 000 km, pokud je vzorek pneumatiky sjetý o 0,5 cm. Použijte k výpočtu údaje uvedené na pneumatice vámi zvoleného auta.

Literatura

- [1] MARŠÁK, J. a S. JANOUSHKOVÁ. *Trendy v přírodovědném vzdělávání* [online]. 2006 [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/1055/trendy-v-prirodovednem-vzdelavani.html>
- [2] JANOUSHKOVÁ, S. a J. MARŠÁK. *Inovace přírodovědného vzdělávání z evropského pohledu* [online]. 2008 [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/o/z/2075/inovace-prirodovedneho-vzdelavani-z-evropskeho-pohledu.html>
- [3] JANOUSHKOVÁ, S. a J. MARŠÁK. *Projekt POLLEN* [online]. 2008 [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/2120/PROJEKT-POLLEN.html>
- [4] JANOUSHKOVÁ, S. a J. MARŠÁK. *Německý modelový program pro zvýšení efektivity výuky matematiky a přírodních věd SINUS-Transfer* [online]. 2008 [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://clanky.rvp.cz/clanek/o/z/2116/nemecky-modelovy-program-pro-zvyseni-efektivita-vyuky-matematiky-a-prirodnich-ved-sinus-transfer.html>
- [5] PAPÁČEK, M. Badatelsky orientované přírodovědné vyučování – cesta pro biologické vzdělávání generací Y, Z a alfa? *Scientia in educatione*, 2010, 1(1), s. 33–49. Dostupné z: <http://www.scied.cz/index.php/scied/article/view/4>

- [6] DEWEY, J. *Logic: The theory of inquiry*. New York: Holt, 1938.
- [7] NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *National science education standards*. Washington, DC: National Academy Press, 1996.
- [8] NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *Inquiry and the national science education standards*. Washington, DC: National Academy Press, 2000.
- [9] STUHLÍKOVÁ, I. O badatelsky orientovaném vyučování [online]. In: PAPÁČEK, M., ed. *Didaktika biologie v České republice 2010 a badatelsky orientované vyučování*. 2010, s. 129–135 [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/bi/DiBi2010.pdf>
- [10] EASTWELL, P. Inquiry learning: Elements of confusion and frustration. *The American biology teacher*. 2009, **71**(5), s. 263–264.
- [11] ARTIGUE, M., P. BAPTIST, J. DILLON, W. HARLEN a P. LÉNA. *Learning through inquiry. The Fibonacci project resources* [online]. 2011 [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://www.fibonacci-project.eu>
- [12] ARTIGUE, M. a P. BAPTIST. *Inquiry in mathematics education. Resources for implementing inquiry in science and mathematics at school* [online]. 2012 [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://www.fibonacci-project.eu>
- [13] LEDERMAN, N. G., F. ABD-EL-KHALICK, R. L. BELL a R. E. SCHWARTZ. Views of nature of science questionnaire: Toward valid and meaningful assessment of learners' conceptions of nature of science. *Journal of Research in Science Teaching*. 2002, **39**(6), s. 497–521.
- [14] SCHWARTZ, R. S., N. G. LEDERMAN a B. A. CRAWFORD. Developing views of nature of science in an authentic context: An explicit approach to bridging the gap between nature of science and scientific inquiry. *Science Teacher Education*. 2004. DOI: 10.1002/sce.10128

- [15] MCCOMAS, W. F., ed. *The nature of science in science education: Rationales and strategies*. Boston: Kluwer, 1998.
- [16] LEDERMAN, N. G. a F. ABD-EL-KHALICK. Avoiding de-natured science: Activities that promote understanding of the nature of science. In: MCCOMAS, W., ed. *The nature of science in science education: Rationales and strategies*. Boston: Kluwer, 1998, s. 83–126.
- [17] ARNOLD, V. I. Polymathematics: Is mathematics a single science or a set of arts? In: V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax, B. Mazur, eds. *Mathematics: Frontiers and perspectives*. Providence: AMS, 2000, s. 403–416.
- [18] SAMKOVÁ, L. Badatelsky orientované vyučování matematiky [online]. In: *Sborník 5. konference Užití počítačů ve výuce matematiky*. 2011 [cit. 2015-05-19], s. 336–341. Dostupné z: http://home.pf.jcu.cz/~upvvm/2011/sbornik/clanky/36_UPVM11_Samkova.pdf
- [19] SAMKOVÁ, L., A. HOŠPESOVÁ, F. ROUBÍČEK a M. TICHÁ. Badatelsky orientované vyučování matematice. *Scientia in educatione*, 2015, **6**(1), s. 91–122.
- [20] MŠMT. *Upravený Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání platný od 1. 9. 2013* [online]. 2013 [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcove-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani>
- [21] MŠMT. *Rámcový vzdělávací program pro gymnázia* [online]. [cit. 2015-05-19]. Dostupné z: <http://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/skolskareforma/ramcove-vzdelavaci-programy>
- [22] ROBOVÁ, J. *Informační a komunikační technologie jako prostředek aktivního přístupu žáků k matematice*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, 2012.

- [23] PECH, P. *Classical Versus Computer Methods of Solving Problems in Geometry*. World Scientific Publishing Company, 2007.
- [24] ŠTRAUSOVÁ, I. a R. HAŠEK. Dynamic visual proofs using DGS. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*. USA, 2013, **7**(2), s. 130–142.
- [25] ŠTRAUSOVÁ, I. GeoGebra a OK Geometry jako pomocníci při dokazování. In: *Sborník příspěvků 6. konference Užití počítačů ve výuce matematiky*, České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2013, s. 350–357.
- [26] VANÍČEK, J. *Počítačové kognitivní technologie ve výuce geometrie*. Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2009.
- [27] LINGEJÄRD, T. Learning Mathematics through Geometrical Inquiry, *Teachers of India, At Right Angles* [online]. 2015, **4**(1) [cit. 2015-07-31]. Dostupné z: <http://www.teachersofindia.org/en/article/learning-mathematics-through-geometrical-inquiry>
- [28] GÜNZEL, M., R. HAŠEK, J. JAREŠ, J. LOMBART, P. PECH, V. ŠIMANDL, R. ŠTĚPÁNKOVÁ a J. VANÍČEK. *Integrace elektronických prostředí pro počítačem podporovanou výuku matematiky*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2012, 187 s.
- [29] HAŠEK, R. Systems of Computer Algebra and Dynamic Geometry as Tools of Mathematical Investigation. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*. Burnham: Research Information Ltd., UK, 2013, **20**(3), s. 103–108.
- [30] *MatemaTech – Matematika přes hranice, MatemaTech – Mathematik über Grenzen*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2014.

- [31] HAŠEK, R. Využití počítače ve výuce geometrie. In: *Sborník příspěvků 34. konference o geometrii a grafice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2014, s. 11–24.
- [32] GERGELITSOVÁ, Š. *Počítač ve výuce nejenom geometrie – průvodce GeoGebrou*. Praha: SEVT, 2012.
- [33] SUCHOPÁROVÁ, T. Archimédova kniha lemmat. In: *GeoGebra Book [online]*. 2014 [cit. 2015-07-31]. Dostupné z: <http://www.geogebraTube.org/student/b135598#>
- [34] ŠTRAUSOVÁ, I. Dynamické důkazy. *GeoGebra Book [online]*. 2014 [cit. 2015-07-31]. Dostupné z: <http://www.geogebraTube.org/student/b73724#>
- [35] KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice*. Praha: SPN, 1989.
- [36] HAŠEK, R. a J. ZAHRADNÍK. Současná interpretace vybraných historických úloh na množiny bodů dané vlastností. In: *Sborník příspěvků 33. konference o geometrii a grafice*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 17. listopadu 15/2172, 2013, s. 115–120.
- [37] HAŠEK, R. a J. ZAHRADNÍK. Užití GeoGebry při řešení geometrické úlohy z 18. století, In: *Sborník příspěvků 6. konference Užití počítačů ve výuce matematiky*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2013, s. 143–149.
- [38] HAŠEK, R. a J. ZAHRADNÍK. Study of historical geometric problems by means of CAS and DGS. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*. Burnham: Research Information Ltd., UK, **22**(2), s. 53–58.
- [39] HAŠEK, R. Investigation of logarithmic spirals in nature by means of dynamic geometry and computer algebra systems. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*. USA, 2012, **6**(3), s. 216–230.

- [40] HAŠEK, R. Numerical analysis of a planar motion: GeoGebra as a tool of investigation. *North American GeoGebra Journal*. Miami University, Oxford, OH, USA, 2012, **1**(1), s. 33–36.
- [41] HAŠEK, R. a V. PETRÁŠKOVÁ. GeoGebra in financial education. *North American GeoGebra Journal*. Maine: University of New England, USA, 2013, **2**(1), s. 31–36.
- [42] OECD. *Evolution of student interest in science and technology studies*. Paris: Organisation for Economic Co-operation and Development, Global Science Forum, 2006.
- [43] TUCKER, A. *A Model Curriculum for K–12 Computer Science: Final Report of the ACM K–12 Task Force Curriculum Committee*. New York: The Association for Computing Machinery, 2003.
- [44] WING, J. Computational Thinking. *Communications of the ACM. Viewpoint* [online]. March 2006, **49**(3), s. 33–35 [cit. 2015-01-12]. Dostupné z: <http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/usr/wing/www/publications/Wing06.pdf>
- [45] GANDER, W. Informatics and General Education. In: GÜLBAHAR, Y. a K. ERINÇ, eds. *Informatics in Schools, Teaching and Learning Perspectives*. Heidelberg: Springer LNCS, 2014, s. 1–7.
- [46] EDEN, A. H. Three paradigms of computer science. *Minds and Machines*. 2007, **17**(2), s. 135–167.
- [47] CAS. *Computer Science as a school subject. Seizing the opportunity* [online]. Computing at School Working Group, 2012 [cit. 2015-03-12]. Dostupné z: <http://www.computingschool.org.uk/data/uploads/Case%20for%20Computing.pdf>
- [48] BLAHO, A., a L. SALANCI. Informatics in Primary School: Principles and Experience. In: I. KALAŠ a R. T. MITTERMEID, eds. *ISSEP 2011*. Springer Berlin Heidelberg, 2011, s. 129–142.

- [49] CAS. *Computing. Programmes of study for Key Stages 1–4. National curriculum in England* [online]. Computing at School Working Group, 2013. Dostupné z: http://media.education.gov.uk/assets/files/pdf/c/computing%2004-02-13_001.pdf
- [50] MŠMT ČR. *Strategie digitálního vzdělávání* [online]. Praha: MŠMT, 2014 [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: http://www.vzdelavani2020.cz/images_obsah/dokumenty/strategie/digistrategie.pdf
- [51] HADJERROUIT, S. Teaching and Learning School Informatics: a Concept-Based Pedagogical Approach. *Informatics in Education*, **8**(2), 2009, s. 227–250.
- [52] PAPÁČEK, M. Limity a šance zavádění badatelsky orientovaného vyučování přírodopisu a biologie v České republice. In: PAPÁČEK, M., ed. *Didaktika biologie v České republice a badatelsky orientované vyučování (DiBi 2010)* [online]. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2010, s. 145–162 [cit. 2014-01-30]. Dostupné z: <https://www.pf.jcu.cz/stru/katedry/bi/DiBi2010.pdf>
- [53] HAJDUKOVIĆ JANDRIĆ, G., D. Ž. OBADOVIĆ, M. STOJANOVIĆ a I. RANČIĆ. Impacts of the Implementation of the Problem-based Learning in Teaching Physics in Primary Schools. *The New Educational Review* [online]. 2011, **25**(3), s. 194–204 [cit. 2014-03-03]. Dostupné z: http://www.educationalrev.us.edu.pl/vol/tner_3_2011.pdf
- [54] BELL, T., D. URHAHNE, S. SCHANZE a R. PLOETZNER. Collaborative inquiry learning: Models, tools, and challenges. *International Journal of Science Education* [online]. 2010, **32**(3), s. 349–377 [cit. 2014-03-02]. Dostupné z: http://peer.ccsd.cnrs.fr/docs/00/55/96/00/PDF/PEER_stage2_10.1080%252F09500690802582241.pdf

- [55] RESNICK, M. a kol. Scratch: Programming for all. *Communications of the ACM* [online]. 2009, **52**(11) [cit. 2015-01-15]. Dostupné z: <http://web.media.mit.edu/~simmres/papers/Scratch-CACM-final.pdf>
- [56] KREJSA, J. *Výuka základů programování v prostředí Scratch* [online]. České Budějovice, 2014 [cit. 2015-01-15]. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Jiří Vaníček. Dostupné z: <http://theses.cz/id/b5f11x/>
- [57] MIKOLAJOVÁ, K. Vytváranie hier v prostredí Scratch – cesta k programovaniu na II. stupni ZŠ. In: Andrejková, G., ed. *DidInfo 2011*. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, 2011, s. 31.
- [58] KÖLLER, J. Nim Game. Website. In: *Mathematische Basteleien* [online]. 2000 [cit. 2015-04-12]. Dostupné z: <http://www.mathematische-basteleien.de/nimgame.html>
- [59] SCHUBERT, S. a A. SCHWILL. *Didaktik der Informatik*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2011.
- [60] BURJÁN, V. a L. BURJÁNOVÁ. *Matematické hry*. Bratislava: Pytagoras, 1991.
- [61] CODE.ORG. *Hodina kódu. Frozen*. Kurs programování [online]. Code.org, 2014 [cit. 2015-01-23]. Dostupné z: <http://studio.code.org/s/frozen>
- [62] STEM/MARK. *Finanční gramotnost v ČR* [online]. 2010 [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: <http://www.mfcr.cz/cs/o-ministerstvu/odborne-studie-a-vyzkumy/2012/vyzkumy-k-financni-gramotnosti-9406>
- [63] HEJNÝ, M. a F. KUŘINA. *Dítě, škola a matematika – Konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2009, 232 s. Pedagogická praxe (Portál).
- [64] Standardy finanční gramotnosti. In: *Digifolio* [online]. Praha: NÚV, 2012. [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: <http://digifolio.rvp.cz/view/view.php?id=6055>

- [65] HESOVÁ, A. Finanční gramotnost. In: *Digifolio* [online]. 2012 [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: <http://digifolio.rvp.cz/view/view.php?id=2939>
- [66] KAZDA, M. *Finanční vzdělávání pro SŠ*. Praha, 2013. Diplomová práce. Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy v Praze. Vedoucí práce Vladimíra Petrášková.
- [67] KAHNEMAN, D. *Myšlení – rychlé a pomalé*. Vyd. 1. Překlad Eva Nevrlá. Brno: 2012, 542 s. Pod povrchem.
- [68] SUN, Z., L. XU a W. CHEN. Software Construction of Experimental Environment for Computer Network Course. In: *2013 International Conference on Educational Research and Sports Education (ERSE 2013)* [online]. Paris, France: Atlantis Press, 2013, s. 83–85 [cit. 2014-03-10]. Dostupné z: http://www.atlantispress.com/php/download_paper.php?id=7421
- [69] BRESLAU, L. a kol. Advances in network simulation. *Computer* [online]. 2000, **33**(5), s. 59–67 [cit. 2014-03-11]. Dostupné z: <http://www.isi.edu/~johnh/PAPERS/Breslau00a.pdf>
- [70] BOTE-LORENZO, M. L. a kol. A grid service-based Distributed Network Simulation Environment for computer networks education. *Computer Applications in Engineering Education* [online]. 2012, **20**(4), s. 654–665 [cit. 2014-03-10]. Dostupné z: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cae.20435/pdf>
- [71] MARSA-MAESTRE, I. a kol. Design and evaluation of a learning environment to effectively provide network security skills. *Computers & Education* [online]. 2013, **69**, s. 225–236 [cit. 2014-03-08]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131513001899>
- [72] MOMENI, B. a M. KHARRAZI. Improving a Computer Networks Course Using the Partov Simulation Engine. *Education, IEEE Transactions on* [online]. 2012, **55**(3), s. 436–443 [cit. 2014-03-11]. Dostupné z: <http://sharif.edu/~kharrazi/pubs/te12.pdf>

- [73] BRESTENSKÁ, B. a kol. *Klasifikácia a hodnotenie edukačného softvéru* [online]. 2005 [cit. 2015-04-11]. Dostupné z: <http://www.edi.fmph.uniba.sk/~tomcsanyiova/TPS/edusoftver.doc>
- [74] MAKASIRANONDH, W., S. P. MAJ a D. VEAL. Pedagogical evaluation of simulation tools usage in Network Technology Education. *Engineering and Technology* [online]. 2010, **8**(3), s. 321–326 [cit. 2014-03-11]. Dostupné z: <http://www.wiete.com.au/journals/WTE&TE/Pages/Vol.8,%20No.3%20%282010%29/13-12-Makasiranondh.pdf>
- [75] AL-HOLOU, N., K. K. BOOTH a E. YAPRAK. Using computer network simulation tools as supplements to computer network curriculum. In: *Frontiers in Education Conference, 2000. FIE 2000. 30th Annual* [online]. Kansas City, Missouri: IEEE, 2000, s. S2C/13–S2C/16 [cit. 2014-03-05]. Dostupné z: <http://www.fie-conference.org/fie2000/papers/1286.pdf>
- [76] CISCO. Configuring DHCP on a Multifunction Device. In: *CCNA Discovery: Networking for Home and Small Businesses* [online]. 2006 [cit. 2015-04-12]. Dostupné z: <http://moodle.nisdtx.org/mod/resource/view.php?id=87561>
- [77] CISCO. CCNA Discovery. In: *Cisco Networking Academy* [online]. 2013 [cit. 2014-03-13]. Dostupné z: <https://www.netacad.com/cs/web/about-us/ccna-discovery>
- [78] WONG, K. a kol. Teaching experiences with a virtual network laboratory. *ACM SIGCSE Bulletin* [online]. 2007, **39**(1), s. 481–485 [cit. 2014-03-11]. Dostupné z: <http://www.arl.wustl.edu/~kenw/pubs/sigcse07-teaching.pdf>
- [79] EUROPEAN SCHOOLNET. *Computing our future*. Computer programming and coding – Priorities, school curricula and initiatives across Europe [online]. 2014 [cit. 2015-07-15] Dostupné z:

http://www.eun.org/c/document_library/get_file?uuid=521cb928-6ec4-4a86-b522-9d8fd5cf60ce&groupId=43887

- [80] VANÍČEK, J. How do Primary Teachers Respond to Introduction of Basics of Computer Science into School Curricula of ICT. *Journal of Technology and Information Education*. 2014, **6**(1), s. 45–56. Dostupné z: http://jtie.upol.cz/14_1.htm
- [81] NCTM Illuminations. *Turtle Pond* [online]. National Council of Teachers of Mathematics, 2015 [cit. 2015-08-01]. Dostupné z: <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3534>
- [82] KE, F. An implementation of design-based learning through creating educational computer games: A case study on mathematics learning during design and computing. *Computers & Education*. 2014, **73**, s. 26–39. DOI: 10.1016/j.compedu.2013.12.010
- [83] ILLIAN, J., A. PENTTINEN, H. STOYAN a D. STOYAN. *Statistical analysis and modelling of spatial point patterns*. John Wiley, Chichester, England. Hoboken, NJ, 2008.
- [84] KOPECKÝ, J. *Simulace bodových procesů*. České Budějovice, 2012. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta.
- [85] Seznam.cz, a.s. *mapy.cz* [online]. Mapový portál. Dostupné z: <http://www.mapy.cz>
- [86] PRŮCHA, J. *Učebnice: teorie a analýzy edukačního média: příručka pro studenty, učitele, autory učebnic a výzkumné pracovníky*. Brno: Paido, 1998.
- [87] RYPLOVÁ, R. a J. REHÁKOVÁ. Přínos badatelsky orientovaného vyučování (BOV) pro environmentální výchovu: Případová studie implementace BOV do výuky na ZŠ. *Envigogika*. 2011, **6**(3). Dostupné z: <http://www.envigogika.cuni.cz/index.php/Envigogika/article/view/65/69>

- [88] KRÍŽEK, M., L. SOMER a A. ŠOLCOVÁ. *Kouzlo čísel: od velkých objevů k aplikacím*. Praha: Academia, 2009.
- [89] CLISSOLD, C. a M. HUMBLE. Using and applying mathematics in Key Stage 2. In: KOSHY, V. a J. MURRAY, eds. *Unlocking Mathematics Teaching*. New York: Routledge, 2011, s. 28–42.
- [90] Qualifications and Curriculum Development Agency. *Wikipedia: The Free Encyclopedia* [online]. 2012 [cit. 2015-06-11]. Dostupné z: http://en.wikipedia.org/wiki/Qualifications_and_Curriculum_Development_Agency
- [91] CHOI, S. K., T. BELL, S. J. JUN a W. G. LEE. Designing Offline Computer Science Activities for the Korean Elementary School Curriculum. In: AMILLO, J., C. LAXER, E. M. RUIZ a A. YOUNG, eds. *ITiCSE 08: Proceedings of the 13th annual conference on innovation and technology in computer science education*. New York: ACM, 2008. Dostupné z: <http://goo.gl/pXMpd9>
- [92] YAN, L.-Y. Teaching Cryptography Activity in Taiwan's High Schools. In: HIRASHIMA, T., U. HOPPE a S. S.-Ch. YOUNG, eds. *Supporting Learning Flow Through Integrative Technologies*. Amsterdam: IOS Press, 2007, s. 553–560.
- [93] SETTLE, A. a L. PERKOVIC. Computational Thinking across the Curriculum: A Conceptual Framework. In: *Technical Reports*. 2010, Paper 13. Dostupné z: <http://compthink.cs.depaul.edu/FinalFramework.pdf>
- [94] GROVES, S. Mathematicians, mathematics and mathematics teaching: Personal perspectives. In: MILTON, K., H. REEVES a T. SPENCER, eds. *MATHEMATICS essential for learning, essential for life. Proceedings of the 21st biennial conference of the Australian Association of Mathematics Teachers Inc.* Adelaide: The Australian Association of Mathematics Teachers Inc., 2007, s. 2–11.

- [95] WHITTLES, K., O. TORKILDSEN, C. JULIE a T. BREITEIG. Introducing New Content into a School Mathematics Curriculum: The Case of Cryptology. In: HOLTMAN, L., C. JULIE, Ø. MIKALSEN, D. MTETWA a M. OGUNNIYI, eds. *Some Developments in Research in Science and Mathematics in Sub-Saharan Africa: Access, Relevance, Learning, Curriculum Research*. Somerset West: African Minds, 2008, s. 19–30.
- [96] ŠIMŠA, J. Zellerův výpočet dne v týdnu. *Rozhledy matematicko-fyzikální*. 2006, **81**(2), s. 7–9.
- [97] MACHÁČEK, M. Deset neexistujících dnů. *Rozhledy matematicko-fyzikální*. 2006, **81**(2), s. 9–10.
- [98] ZORMANOVÁ, L. *Obecná didaktika: Pro studium a praxi*. Praha: Grada Publishing, a.s., 2014.
- [99] DVOŘÁKOVÁ, M. *Projektové vyučování v české škole: vývoj, inspirace, současné problémy*. Praha: Karolinum, 2009. Učební texty Univerzity Karlovy v Praze.
- [100] HIERHOLD, E. *Rétorika a prezentace*. 1. vyd. Přeložil Petr Kunst. Praha: Grada, 2005, 392 s.
- [101] PRIESTLY, W. Instructional typographies using desktop publishing techniques to produce effective learning and training materials. *Australian journal of educational technology* [online]. 1991 [cit. 2015-06-23]. Dostupné z: <http://www.ascilite.org.au/ajet/ajet7/priestly.html>
- [102] HACK, T. Stop Talking to Power Points. In: *Academia* [online]. 2012 [cit. 2015-06-12]. Dostupné z: http://www.academia.edu/3507875/Stop_Talking_to_Power_Points
- [103] PERRON, B. E. a A. G. STEARNS. A Review of a Presentation Technology: Prezi. *Research on Social Work*

- Practice* [online]. 8. 4. 2011, **21**(3), s. 376–377 [cit. 2015-06-30]. DOI: 10.1177/1049731510390700. Dostupné z: <http://rsw.sagepub.com/cgi/doi/10.1177/1049731510390700>
- [104] KRÍŽOVÁ, M. Kvalita prezentace žáků a faktory, které ji ovlivňují. In: *ICTE 2014. Sborník příspěvků konference*. Ostrava, Ostravská univerzita v Ostravě, 2014, s. 229–236.
 - [105] KOVÁŘOVÁ, L. *Informatika pro základní školy*. Vyd. 2. Kralice na Hané: Computer Media, 2009, 3 sv., 88 s.
 - [106] NAVRÁTIL, P. *S počítačem nejen k maturitě*. 7. vyd. Kralice na Hané: Computer Media, 2009, 176 s.
 - [107] VALIŠOVÁ, A., H. KASÍKOVÁ a M. BUREŠ. *Pedagogika pro učitele*. 2., rozš. a aktualiz. vyd. Praha: Grada, 2011, 456 s. Pedagogika (Grada).
 - [108] MAŇÁK, J. a V. ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003, 219 s.
 - [109] ZÁMEČNÍKOVÁ, V. Badatelsky orientovaná výuka se zaměřením na obecnou a anorganickou chemii. In: *Metodologické přístupy v pedagogických a psychologických doktorských výzkumech* [online]. 2013, s. 54 [cit. 215-7-10]. Dostupné z: <http://goo.gl/JTK2Mz>
 - [110] GREER, B. a S. MUKHOPADHYAY. Teaching and learning the mathematization of uncertainty: Historical, cultural, social and political contexts. In: *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. 2005, s. 297–324.
 - [111] FISCHBEIN, E. Training teachers for teaching statistics. In: *Training teachers to teach statistics: Proceedings of the International Statistical Institute round table conference*. Budapest, 1990. s. 48–57.
 - [112] HEJNÝ, M., D. JIROTKOVÁ, D. DVOŘÁK a E. ŠAFRÁNKOVÁ. *Úlohy pro rozvoj matematické gramotnosti, Utváření kompetencí žáků na základě zjištění šetření PISA 2009*. Praha: Česká školní inspekce, 2012.

- [113] RUBEL, L. R. Middle School and High School Students' Probabilistic Reasoning on Coin. *Journal for Research in Mathematics Education*. 2007, **38**(5), s. 531–556.
- [114] ŠTĚPÁNKOVÁ, R. a P. TLUSTÝ. Students' Thinking in Solving of Probability Problems. In: *Efficiency and Responsibility in Education, 10th International Conference*. Praha: Czech University of Life Sciences Prague. 2013, s. 581–586.
- [115] FREUDENTHAL, H. *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, Netherlands: Reidel, 1973, 680 s.
- [116] JONES, G. A. a C. A. THORNTON. An overview of research into the teaching and learning of probability. In: *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. 2005, s. 64.
- [117] BATANERO, C. a E. SANCHEZ. High school students conceptions and misconceptions about probability. In: *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. 2005, s. 241–266.
- [118] PRATT, D. How do teachers foster students' understanding of probability? In: *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning*. 2005, s. 171–190.
- [119] PALEČKOVÁ, J., V. TOMÁŠEK a J. BASL. *Hlavní zjištění výzkumu PISA 2009. Umíme ještě číst?* Praha: ÚIV, 2010.
- [120] MAJEWSKI, M. Szkice o geometrii i sztuce: między Wschodem i Zachodem. Toruń: Wydawnictwo Aksjomat, 2012.
- [121] IBSE | PROFILES Projekt. *Profesní reflexně-orientované zaměření na badatelsky orientované přírodovědné vzdělávání (IBSE)* [online]. 2012 [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: <http://profiles.ped.muni.cz/ibse.php?pojem=strukturovane>
- [122] HUČÍNOVÁ, L. Klíčové kompetence v RVP ZV. In: *Metodický portál RVP.CZ* [online]. 2005 [cit. 2015-06-20]. Dostupné z:

<http://clanky.rvp.cz/clanek/k/z/335/KLICOVE-KOMPETENCE-V-RVP-ZV.html/>

- [123] *P21* [online]. [cit. 2015-06-27]. Dostupné z: <http://www.p21.org/>
- [124] FRAMEWORK FOR 21ST CENTURY LEARNING. *P21* [online]. [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: <http://www.p21.org/about-us/p21-framework>
- [125] *Strategies for Assessment of Inquiry Learning in Science* [online]. 2012 [cit. 2015-06-27]. Dostupné z: <http://www.sails-project.eu/portal>
- [126] MCLOUGHLIN, E., O. FINLAYSON a P. VAN KAMPEN. *Report on mapping the development of key skills and competencies onto skills developed in IBSE* [online]. 2014 [cit. 2015-07-22]. Dostupné z: <http://www.sails-project.eu/sites/default/files/d1.1.pdf>
- [127] Čtverec – Pythagorova věta – slovní úlohy z matematiky. *Matematický portál pro žáky základních a studenty středních škol* [online]. 2015 [cit. 2015-06-20]. Dostupné z: http://www.hackmath.net/cz/slovni-ulohy/ctverec?tag_id=5
- [128] HEATH, A. Ed. by THOMAS, L. *The works of Archimedes edited in modern notation with introductory chapters*. [Online-Ausg.]. Cambridge [u.a.]: Univ. Press, 2009, s. 301–318.
- [129] HAŠEK, R., M. HOHENWARTER, Z. LAVICZA, P. PECH a J. ZAHRADNÍK. Matematika přes hranice. In: *MatemaTech – Matematika přes hranice*. vyd. 1., České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2014, s. 9–18. 150 s.
- [130] *GeoGebra*. [cit. 2015-04-11]. Dostupné z: <http://www.geogebra.org/>
- [131] PÁTEK, J. *GeoGebra ve výuce zeměpisu na základní škole*. České Budějovice: 2014. Diplomová práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky.

- [132] Pneumatika. In: *Wikipedie: Otevřená encyklopedie* [online]. 2006 [cit. 2015-05-22]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Pneumatika>

Rejstřík

3D, 22

A

akční výzkum, 55

anaglyf, 31

B

bádání, 14, 16, 19

 částečné, 15

 nasměrované, 15

 otevřené, 15

 plné, 15

 potvrzující, 15

 strukturované, 15

badatelsky orientovaná výuka, 14,

 81, 85, 86, 118, 140, 146,

 147, 149, 150, 162

 nasměrovaná, 85

 strukturovaná, 85

badatelsky orientovaná výuka ma-
tematiky, 21

budování schémat, 20

C

CAS, 22

D

didaktické programovací prostředí,
 35, 39, 43

diskuse, 167

dokazování, 21

dotazníkové šetření, 87

E

elektronická prezentace, 115

experimentování, 82, 83, 85, 86

F

finanční gramotnost, 52

finanční vzdělávání, 53

funkce celá část, 105

G

GeoGebra, 21, 130, 133, 140, 141,
 144, 146, 148, 149, 163, 165,
 170

GeoGebra Book, 22

GeoGebraTube, 22

geometrická konstrukce, 140, 144,
 146, 149

geometrické obrazce, 163, 166, 167

pravoúhlé, 163, 165
geometrický ornament, 140, 144,
146, 148
graf, 131, 132

H

hardwarová laboratoř, 78
hodnocení výuky, 87

I

ICT, 36
informatické myšlení, 36, 41
informatika, 35
interaktivní tabule, 130

J

jazyková vybavenost, 88

K

kognitivní modely, 38
kolo auta, 173
kombinatorika, 128, 131, 132
kongruence, 102
konstruktivismus, 38, 50
konstruktivistické přístupy k vyu-
čování, 20
kurikulární reformy, 37

M

manuální dovednosti, 79, 88
matematická gramostnost, 163
matematické modelování, 19
mezipředmětové vztahy, 163
množiny bodů dané vlastnosti, 25
modul, 105

N

Nákresna, 22
názornost, 89

O

objevování, 81
funkcionality, 82, 83
odhad, 163
obsahu, 163, 165–168, 170
obvodu, 173
poloměru, 173
odhalování chyb, 80, 84
opravení chyby, 85
ortocentrum, 24
osa souměrnosti, 164, 169
osová souměrnost, 140, 144, 147,
150

P

parketáž, 140, 141, 144, 146–149
plocha rybníku, 170
počítačové sítě, 77, 81
podnětná výuková prostředí, 20
posuvník, 27
povaha vědy, 16
pozorování, 81, 82
pravděpodobnost, 128–130, 132
princip fungování, 80
programování, 35, 38, 46, 50, 91
projektová metoda, 20
projektová výuka, 52
projektové vyučování, 163
projekty, 44, 47

R

realistické matematické vzdělávání,
19
RVP, 20, 93

Ř

řešení, 162
řešení problémů, 37, 38, 41

S

samostatnost, 88
Scratch, 40, 49, 91, 98
simulace, 90, 129
simulační software, 79, 81
výukový, 79
skupinový rozhovor, 88
stanovení pravidel prezentací, 116
statistika, 90
Strategie digitálního vzdělávání, 37
středová souměrnost, 140, 144, 147,
150
student, 85

T

Tabulka, 22
těleso, 171
teorie didaktických situací, 19
testování, 168
transformace kompetencí, 87
tvoření úloh, 19

U

učení řešením úloh a problémů, 19
učitel, 44, 51, 85
uchopování situací, 19

V

verifikace, 24
virtualizovaná síť, 78
výukový projekt, 40

Z

zápis postupu, 165
Zellerova kongruence, 102
zkušenostní učení, 79, 88
značení pneumatiky, 173
znalost teoretických konceptů, 88
zpětná vazba, 79, 89

Badatelsky orientovaná výuka matematiky
a informatiky s podporou technologií

Autoři: Pavel Pech
Lenka Činčurová
Martin Günzel
Radka Hájková
Roman Hašek
Antonín Hraníček
Martin Kazda
Jiří Kopecký
Michala Kotlasová
Vladimíra Petrášková
Libuše Samková
Tereza Suchopárová
Václav Šimandl
Jiří Vaníček

Vydává: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Editor: Václav Šimandl

Vydání: první
Rok vydání: 2015
Počet stran: 194
Náklad: 100 ks
Tisk: Typodesign s.r.o.

ISBN: 978-80-7394-531-2