

02 AKO KÓDUJE POČÍTAČ – ČÍSLA

<i>Tematický celok / Téma</i>	<i>Stupeň školy / Odporúčaný ročník / Rozsah</i>
Reprezentácie a nástroje - informácie	SŠ / 1. ročník / 1 vyučovací hodina
Požiadavky na vstupné vedomosti a zručnosti	
<ul style="list-style-type: none"> Informácie, kódovanie informácie 	
Ciele	
<i>Žiakom osvojované vedomosti a zručnosti</i>	<i>Žiakom rozvíjané spôsobilosti</i>
Reprezentácie a nástroje – informácie Výkonový štandard <ul style="list-style-type: none"> posudzovať vlastnosti informácií rôznych typov, posudzovať rôzne reprezentácie pri spracovaní informácií, kódovať informáciu do konkrétnej digitálnej reprezentácie, dekódovať informáciu do konkrétnej digitálnej reprezentácie argumentovať pre voľbu nástrojov. Obsahový štandard Pojmy: dvojková sústava, digitalizácia Procesy: prevod čísel do postupnosti bitov (dvojkovej sústavy) a späť	Informatické myslenie: Logika <ul style="list-style-type: none"> (LOG1) využitím logických zdôvodnení predpokladať správanie sa algoritmov (matematických výpočtov, napr. prevod medzi číselnými sústavami) (LOG3) využitím logických zdôvodnení detegovať a opravovať chyby v algoritmoch (LOG4) vyvodzovať (logicky zdôvodňovať) závery z pozorovaní a experimentov (aj myšlienkových) (LOG8) z existujúcich pravidiel logicky odvodzovať iné pravidlá Algoritmy <ul style="list-style-type: none"> (ALG2) vykonávať algoritmus (prevod medzi číselnými sústavami) Hľadanie vzorov <ul style="list-style-type: none"> (VZO4) zovšeobecniť riešenie podobných problémov na celú triedu, zovšeobecniť na základe konkrétnych prípadov (napr. princíp činnosti mechanických kalkulačiek)
Riešený didaktický problém	
Je dôležité, aby žiaci vedeli odpovedať nielen na otázky typu „Ako?“, ale aj na otázky typu „Prečo?“. Nepostačuje to, že žiaci dokážu vykonať prevod čísla medzi rôznymi pozičnými sústavami, je dôležité, aby vedeli, aký význam to má, a tiež aby poznali pozadie tejto príčiny.	
<i>Dominantné vyučovacie metódy a formy</i>	<i>Príprava učiteľa a pomôcky</i>
<ul style="list-style-type: none"> Bádateľská metóda (model 5E), frontálna a individuálna forma. 	pre učiteľa <ul style="list-style-type: none"> I_SS_55_Kody_sifry_kompresia_M.pdf metodika vyučovania vo formáte pdf I_SS_55_Kody_sifry_kompresia_PL_riesenie.docx I_SS_55_Kody_sifry_kompresia_PL.docx pracovný list a pracovný list s riešenými úlohami pre žiaka <ul style="list-style-type: none"> I_SS_55_Kody_sifry_kompresia_PL.pdf pracovný list Použitie digitálnych nástrojov: NUTNÉ
Diagnostika splnenia vzdelávacích cieľov	

Úvod

Cieľom druhej metodiky Kódovanie čísel v sérii Kódy, šifry, kompresia nie je naučiť žiakov samotný algoritmus prevodu čísla medzi desiatkovou (dekadickou) a dvojkovou (binárnou) číselnou sústavou, ale ukázať im aspoň niektoré z najdôležitejších objavov v histórii ľudstva, ktoré viedli k tomu, že dnešné počítače využívajú na kódovanie informácií práve pozičnú číselnú sústavu so základom 2.

Informatika je veda - a tak ju žiakom chceme aj prezentovať. Nemali by chápať informatiku ako vyučovací predmet, ktorý ich učí pracovať s aplikáciami, ale ako vedu, ktorá má svoju históriu, významné momenty, osobnosti... Ak chceme, aby sa viac žiakov vo svojej budúcej profesii orientovalo na oblasť informačných technológií, mali by sme im ukázať, že informatika nie je o práci s aplikáciami typu textový procesor, tabuľkový kalkulátor, prezentačný softvér a podobne, ale je to veda, ktorá prepája poznatky z mnohých oblastí a vplýva na všetky sféry ľudského života.

Nositeľ Nobelovej ceny z roku 1929, nemecký spisovateľ, filantrop a esejista Thomas Mann, povedal: „Kto nepozná minulosť, nepochopí budúcnosť.“ A práve na tomto chce táto metodika budovať – aby žiaci porozumeli princípom, vzťahom a súvislostiam; aby pochopili, že naše dnešné výdobytky sú výsledkom dlhého vývoja, ktorý bol bohatý na úspechy, ale aj neúspechy. No aj tie vtedajšie neúspechy z dnešného pohľadu boli dôležité a umožnili posunúť sa ďalej. Vďaka tomu tak raz v budúcnosti naši žiaci dokážu nielen používať nové nástroje, ale budú schopní ich aj vyvíjať.

Po tejto metodike odporúčame podľa skúseností učiteľa zaradiť aspoň jednu vyučovaciu hodinu, ktorá umožní žiakom precvičiť si prevody medzi desiatkovou a dvojkovou číselnou sústavou. V tejto metodike uvádzame jeden algoritmus prevodu – je vhodné žiakom ukázať aj druhý algoritmus (pomocou celočíselného delenia číslom dva a zvyškov). Neskôr, pri výučbe programovania, môžeme znalosť tohto algoritmu využiť a realizovať ho v zvolenom programovacom jazyku.

V nasledujúcej metodike ukážeme žiakov, ako môžu tieto prevody realizovať pomocou aplikácie Kalkulačka, prípadne pomocou online nástrojov.

Ak to učiteľ uzná za vhodné, môže žiakom na ďalších vyučovacích hodinách poskytnúť aj informácie nad rámec ŠVP, ako napr.:

- prevod z dekadickéj sústavy do sústavy s rôznymi základmi (aj so základom 16, čo neskôr využijeme napr. pri kódovaní farieb pri tvorbe webových stránok) – ak žiak pochopil princíp, nebude mu robiť problém iný základ číselnej sústavy,
- ukážka aritmetických operácií (súčet, rozdiel, súčin a podiel čísel) v dvojkovej (v prípade zdatnejšej skupiny žiakov aj s prepojením na fyziku – realizácia týchto aritmetických operácií pomocou logických obvodov).

Žiaci majú k dispozícii pracovný list, ktorý obsahuje zadania úloh, miesto na žiacke riešenie a miesto pre poznámky. Odporúčame, aby učiteľ žiakom pri každej fáze vyučovania uviedol zoznam úloh z pracovného listu, ktoré budú aktuálne riešiť. Poslednou časťou je sebahodnotiaci test.

Na konci vyučovacej hodiny môže učiteľ zadať žiakom samostatnú prácu – spracovať informácie z danej témy, napr.:

- Zistite, aké iné základy pre pozičné číselné sústavy používali ľudia v minulosti – aké boli dôvody a ako sa prejavujú v našej prítomnosti.
- Vysvetlite postup násobenia dvoch čísel pomocou mechanickej kalkulačky Wilhelma Schickarda a Napierových kostí. Využite video s ukážkou <https://youtu.be/OQMzstFo-sk>.
- Múzeum Arithmeum v Bonne na svojich webových stránkach ponúka náhľad do jednej zo svojich zbierok pod názvom Calculating in olden times (Počítanie v časoch minulých). Jednotlivé exponáty – kalkulačky – tejto offline výstavy sú roztriedené podľa obdobia, ku každému nájdete podrobnejšie informácie (v nemeckom jazyku). Pozrite si túto expozíciu na adrese <https://www.arithmeum.uni-bonn.de/en/collection/calculating-in-olden-times.html>. Vyberte si exponáty, ktoré Vás zaujali, a zistite o nich čo najviac.

(Poznámka: Odporúčame si vyberať exponáty zo staršieho obdobia, ktoré sú jednoduchšie na pochopenie a vysvetlenie princípu činnosti.)

- Animácie činnosti niektorých historických mechanických kalkulačiek môžete nájsť na adrese <https://www.youtube.com/channel/UCkxN64S3bvN8c7mRFw86vg/videos> (sú to videá používateľa Arithmeum Bonn). Vyberte si niektorú z nich a pokúste sa vysvetliť princíp jej činnosti.

Posledný z návrhov môžeme ponúknuť viacerým žiakom, keďže uvedená adresa je bohatým zdrojom vynálezov, ktoré stojí za to preskúmať.

Poznámka:

Pracovný list je jedným z výstupov žiaka. Odporúčame, aby si žiaci jednotlivé vypracované pracovné listy odkladali. Neskôr ich môžu využiť pri opakovaní učiva.

PRIEBEH VÝUČBY

Osnova vyučovacej hodiny (podľa modelu 5E):

- **Zapojenie (5 minút)** – diskusia so žiakmi na tému počítač
- **Skúmanie (15 minút)** – skúmanie princípov činnosti mechanických kalkulačiek (úloha 1 z pracovného listu)
- **Vysvetlenie (10 minút)** – vysvetlenie predchádzajúcich zistení, riešenie úloh (úloha 2 z pracovného listu)
- **Rozpracovanie (6 minút)** – riešenie náročnejších úloh (úlohy 3 až 5 z pracovného listu)
- **Vyhodnotenie (4 minúty)** – vyriešenie sebahodnotiaceho testu, kontrola odpovedí

ZAPOJENIE (CCA 5 MIN)

V tejto fáze učiteľ vedie riadenú diskusiu so žiakmi. Pomocou navádzajúcich otázok ich smeruje k správnym odpovediam, ktoré by takto mali žiaci objaviť. Ak uznáte vy alebo vaši žiaci niektoré prvky diskusie za dôležité, môžu si ich žiaci zaznamenať do pracovného listu.

Keďže na hodinách informatiky bude počítač aj naším pracovným nástrojom, pozrime sa naň bližšie. Hľadáme definíciu počítača prostredníctvom diskusie, ktorú môžeme podnietiť nasledovnými otázkami:

- Čo je to počítač?
- Aké dôvody viedli ľudí k zostrojeniu počítača?
- Kedy vznikol prvý počítač?

Typické odpovede žiakov na tieto otázky sa odvíjajú od ich konkrétnej skúsenosti (počítač ako zariadenie, na ktorom môžeme písať, kresliť, spracovať zvuk či video,...). Jeho vznik väčšinou umiestnia do 20. storočia.

Samozrejme, ak sa nájde žiak, ktorý dokáže odpovedať správne, dáme mu priestor na vysvetlenie. Ak nie, odrazíme sa v ďalšej diskusii otázkou, čo sa skrýva za samotným slovom „**počítač**“ – jeho základom je sloveso „počítať“. A ľudia v minulosti práve to potrebovali – dokázať **rýchlo a čo najpresnejšie počítať** (výpočty v oblasti astronómie, matematiky, fyziky, ale aj v oblasti financií).

Počítač, ako ho poznáme dnes, sa nezjavil zo dňa na deň. Príbeh tohto zariadenia je veľmi dlhý a zaujímavý. Je dobré poznať ho, ak chceme byť nielen používateľmi, ale aj aktívnymi tvorcami prítomnosti a následne aj budúcnosti. Je dobré veciam porozumieť – ako vznikli, na akom princípe pracujú, kam nás posunuli. Tiež je dobré poznať aj slepé uličky, ktoré nikam neviedli, aby sme sa im vedeli vyhnúť.

Ak hovoríme o histórii počítačov, určite narazíme na slovo „abakus“.

Približne 3000 rokov p.n.l. používali v Ázii abakus (počítacíu tabuľku) – mechanickú pomôcku na vykonávanie základných aritmetických operácií aj s veľkými číslami. Aj v súčasnosti sa v niektorých krajinách stále používa (existuje čínska a japonská verzia tohto počítadla). Abakus môžeme považovať za prvý počítač, o ktorom vieme. Poďme sa spolu pozrieť na to, ako ľudstvo od tohto mechanického počítadla prešlo dlhú cestu k dnešným miniatúrnym elektronickým počítačom.

Môžeme ale abakus považovať za počítač? Ak sa budeme držať definície, ktorú nájdeme na Wikipédii: „Počítač je zariadenie alebo stroj na realizáciu výpočtov alebo riadenie operácií vyjadriteľných číselnými alebo logickými výrazmi.“, zistíme, že abakus túto definíciu spĺňa.

SKÚMANIE (CCA 15 MIN)

Ako súvisí rozprávanie o abakuse s dvojkovou sústavou? Od čias vzniku abakusu po dnešné počítače uplynulo niekoľko tisíc rokov a v porovnaní s nimi abakus vyzerá ako obyčajné počítadlo. Vyjadruje však túžbu ľudí zrýchliť vykonávanie matematických operácií a vyhnúť sa chybám, ktoré pri nich ľudia často robia. Práve táto túžba posúvala vývoj v tejto oblasti. To, čo sa nám dnes zdá samozrejmé, je výsledkom dlhého vývoja ľudského poznania. Tých päť tisíc rokov je plných neuveriteľných, prelomových objavov a príbehov ľudí, ktorí posúvali ľudské poznanie a možnosti. Často možno máme pocit, že sme múdrejší ako ľudia v minulosti. V skutočnosti len máme k dispozícii dokonalejšie technológie, ktoré nám otvárajú nové možnosti. O mnohých významných vedcoch a vynálezcoch sa hovorí, že „predbehli svoju dobu“. Aj v oblasti technológií sa vyskytlo mnoho velikánov, ktorí svoje myšlienky nemohli realizovať, pretože technické možnosti ich doby im to neumožnili. Ale práve oni posúvali a posúvajú vývoj v rôznych oblastiach ľudského života dopredu. Mali by nám byť vzorom svojím odhodlaním, vytrvalosťou a pracovitosťou. Samozrejme, nesmieme zabudnúť na to, že za tým všetkým je mnoho vedomostí, zručností a skúseností, získaných štúdiom, experimentovaním a spoluprácou.

Pred érou dostupných kalkulačiek existovali rôzne matematické tabuľky, ktoré vytvorili matematici manuálnym výpočtom. Ostatní vedci tak mohli bez zdĺhavých pomocných rátaní používať už hotové výsledky, no tie boli často nedostatočne presné či dokonca chybné.

Výstižný je výrok ďalšieho Nemca, matematika a filozofa Gottfrieda Wilhelma Leibniza zo 17. storočia: „Je nedôstojné pre nadaného človeka, aby ako otrok strácal hodiny života pri výpočtoch, ktoré je určite možné zveriť ľubovoľnej osobe, ak by pre to použila stroj.“

Pozrime sa na históriu vývoja prvých mechanických kalkulačiek, skúsme prísť na to, na akom princípe fungovali. Žiaci riešia úlohu 1 vo dvojiciach tak, že **každá dvojica dostane jednu z úloh a) a b)**. URL videí im môžeme vopred pripraviť v elektronickej podobe – napr. poslať im ich ako pracovný materiál na hodinu prostredníctvom EduPage, LMS Moodle apod. Čas potrebný na pozretie si videí je v každej z úloh a) aj v úlohe b) približne 4 minúty.

Úloha 1 V histórii ľudstva sa objavilo mnoho vynálezov mechanických kalkulačiek. Pozrite si uvedené videá a odpovedzte na nasledujúcu otázku:

Videá:

- a) mechanická kalkulačka Paskalína, ktorú zostrojil francúzsky filozof, matematik a fyzik Blaise Pascal
<https://youtu.be/KgPsTBwn0eM> (princíp)
https://youtu.be/zM6Rn_EkKnA?t=347 (replika Paskalíny – pohľad do vnútra)
- b) mechanická kalkulačka nemeckého matematika a filozofa Gottfrieda Wilhelma Leibniza
<https://youtu.be/v6ruUDleK6I?t=559> (po čas 13:40 min)

Otázka: Na akom princípe fungovalo „Vaše“ zariadenie? Stručne opíšte svoje postrehy.

Riešenie:

V nasledujúcom rozhovore **zhrnieme postrehy žiakov:**

- tieto kalkulačky pracujú pomocou systému ozubených koliesok a prevodov medzi nimi,
- v prípade Leibnizovej kalkulačky sú niektoré ozubené kolieska nahradené akýmsi „schodíkmi“,
- ozubené kolieska majú desať zubkov, na prenos desiatok, stoviek,... slúži predĺžený zubok, ktorý zachytí susedné ozubené koliesko pre vyšší rád,
- pohon týchto zariadení je manuálny,
- kalkulačky pracujú s ciframi 0 až 9,
- konštrukcia takýchto prístrojov bola náročná na presnosť výrobných technológií.

K týmto informáciám **doplníme ďalšie fakty**, aby sa žiaci dokázali zorientovať v čase a vzťahoch:

- Paskalínu zostrojil ako devätnásťročný Blaise Pascal pre svojho otca, vyberača daní, v roku 1642, dokázala čísla sčítať, odčítať; neskôršie modely dokázali aj násobiť.
- Gottfried Wilhelm Leibniz Pascalov vynález zdokonalil a v roku 1694 predviedol mechanickú kalkulačku, ktorá dokázala čísla sčítať, odčítať, vynásobiť, vydeliť a vypočítať druhú mocninu čísla.

Ako vidíme, každý vynález nadväzoval na predchádzajúci. Ak by sme sa pýtali, kým sa inšpiroval **Blaise Pascal**, stretli by sme sa s menom nemeckého polyhistora a konštruktéra **Wilhelm Schickard**, ktorého mechanická kalkulačka z roku 1623 pomohla známemu astronómovi Johannesovi Keplerovi realizovať náročné výpočty (ak si pozriete predchádzajúce údaje, zistíte, že v tom istom roku sa narodil Blaise Pascal). Wilhelm Schickard pri konštrukcii svojej kalkulačky, ktorá dokázala aj násobiť a deliť čísla, využil starší vynález škótskeho matematika a vynálezcu **Johna Napiera**, tzv. Napierových kostí z roku 1617, ktoré uľahčovali násobenie a delenie dvoch čísel, dokonca umožňovali vypočítať aj druhú odmocninu čísla. A takto by sme mohli sledovať líniu smerom do vzdialenejšej histórie, možno až k abakusu, my sa ale zameriame sa smer tejto línie k našej prítomnosti.

Samozrejme, k vylepšeniu každého už existujúceho zariadenia boli potrebné vedomosti z oblasti matematiky a mechaniky, ale aj znalosť technických možností danej doby.

VYSVETLENIE (CCA 10 MIN)

Ak si pozrieme originály alebo repliky týchto zariadení, môžu sa nám zdať primitívne – veľké, ručne poháňané, komplikované, a pritom nedokážu vyrátať ani len zlomok toho, čo dokážu naše kalkulačky, ktoré sa nám zmestia do vrečka. Ale práve tieto vynálezy sú prarodičmi našich moderných počítačov.

Cestou v čase k dnešným počítačom vynecháme mnoho dôležitých osobností, no nemôžeme vynechať „otca počítačov“ – pána **Charlesa Babbagea**, o ktorom môžeme smelo povedať, že „predbehol svoju dobu“. Jeho návrh mechanického počítača (pomenovaný ako diferenčný stroj, z prvej polovice 18. storočia) začali realizovať v roku 1985 (viac ako 130 rokov po smrti jeho vynálezcu). Celý proces trval 17 rokov a výsledkom bol funkčný mechanický počítač prepojený s mechanickou tlačiarňou, ktorú Charles Babbage pre svoj počítač navrhol. Výsledok si môžete pozrieť: <https://youtu.be/XSkGY6LchJs?t=207> (dĺžku ukážky ponechávame na učiteľa, od miesta prehrávania do konca trvá približne 2 minúty).

V návrhoch pána Charles Babbage by sme našli aj ďalšie úžasné vynálezy, ktoré však nemohol realizovať kvôli nedostatku financií, aj z dôvodu rôznych osobných sporov (analytický stroj s aritmetickou jednotkou, vnútornou pamäťou, programovateľný, poháňaný parou,...). Práve ním navrhovaná štruktúra analytického stroja je identická so štruktúrou dnešných elektronických počítačov, aj keď v ich vnútri nenájdeme žiadne ozubené kolieska či kotúče s ciframi.

Naše dnešné počítače nefungujú ani na mechanický, ani na parný pohon. V druhej polovici 19. storočia (už po smrti Charlesa Babbagea) sa odohrávajú veľké objavy na poli fyziky (prvé dynamo, prvá žiarovka, prvá elektrárňa,...), ktoré umožnili vznik vynálezov využívajúcich ako zdroj pre svoju prácu elektrickú energiu. Práve tento fakt zmenil smerovanie ďalšieho vývoja počítačov a ovplyvnil zmenu technológie.

Pomocou počítača dnes už nielen počítame, ale aj kreslíme, píšeme, nahrávame a upravujeme zvuk, upravujeme video, vytvárame webové stránky, prezentácie... Nie je na čase dať tomuto zariadeniu nové meno? Počítač – aj keď na ňom robíme činnosti, ktoré sa ani zďaleka nepodobajú matematickým výpočtom – naozaj len počíta. Aby dokázal realizovať všetko, čo od neho chceme, musí upraviť informácie, ktoré od nás dostáva, do takej podoby, v akej ich vie spracovať. Aká je to ale podoba? Opäť sa vrátíme k predchodcom dnešných počítačov.

Ako si žiaci určite všimli vo fáze skúmania, spomenuté mechanické zariadenia sú zložené z ozubených koliesok a prevodov medzi nimi. Každé ozubené koliesko má desať zubkov, niektoré kolieska majú jeden zubok dlhší ako ostatné. Skúsme sa zamyslieť, prečo je to tak.

Úloha 2 *Sformulujte na základe videného a vlastných skúseností odpovede na tieto otázky:*

- a) *Prečo majú ozubené kolieska skúmaných mechanických kalkulačiek 10 zubkov?*
- b) *Prečo používame na zápis čísel práve 10 číslic?*
- c) *Prečo je jeden zo zubkov niektorých ozubených koliesok dlhší ako ostatné?*

Riešenie:

- a) Keďže používame desať číslic, každej z nich bol priradený jeden zúbok.
- b) Desať číslic používame preto, lebo máme desať prstov. Na túto odpoveď väčšinou čakáme veľmi dlho – žiaci si neuvedomujú, že dôvod je tak triviálny. Samozrejme, v histórii ľudstva nájdeme aj iné základy číselných sústav (dvanástková u Sumerov, šesťdesiatková v Babylone, dvadsiatková u Mayov či Aztékov).
- c) Pomocou spomínaného dlhšieho zúbka dochádza k prenosu o jeden rád vyššie – ukážeme si to v nasledujúcom príklade.

Odpovede na jednotlivé otázky sa nám zdajú zrejmé, je dôležité, aby si ich žiaci uvedomili a mohli tak jednoduchšie zbadať paralelu s „blížiacou sa“ dvojkovou (binárnou) sústavou.

Na základe tejto diskusie prídeme k poznatku, ktorý už majú žiaci z hodín matematiky. Naša číselná sústava je pozičná, so základom 10. Ukážeme si to na príklade konkrétneho čísla:

Číslo 200 359 rozpíšeme v tvare $2 \cdot 100\,000 + 0 \cdot 10\,000 + 0 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 9 \cdot 1$. Z pôvodného zápisu čísla vidíme, že ak sa niektorá mocnina čísla 10 v čísle nenachádza, zaznamenávame to pomocou cifry 0 (toto je dôležité zdôrazniť – žiaci to prirodzene robia, ale keď prejdeme k binárnej sústave, často na to zabúdajú). Dôležitá je **pozícia cifry** – ak by si cifry 2 a 3 vymenili miesto, zmenila by sa hodnota čísla. Preto túto sústavu nazývame **pozičná**.

Kde je tu schovaný **základ 10**?

Prepíšeme rozklad na tvar $2 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$, z ktorého je už zrejmý význam čísla 10 pri zápise čísel v desiatkovej sústave.

10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
0	2	0	0	3	5	9

Pri výpočte napr. súčtu $200\,359 + 2$, vieme, že počet jednotiek bude 11. V tomto počte je „schovaná“ nová jedna celá desiatka, ktorú pripočítame k pôvodnému počtu desiatok a ponecháme si len jednotky: $200\,359 + 2 = 200\,361$. (To je vlastne ilustrácia toho jedného predĺženého zúbka ozubeného kolieska.)

Pri zápise čísla v desiatkovej sústave teda cifra na danom mieste vyjadruje, koľko príslušných mocnín čísla 10 sa v čísle nachádza.

Takže už rozumieme, prečo mechanické kalkulačky používali ozubené kolieska s práve desiatimi zúbkami, s ciframi 0 až 9. Ľudia používajú pri svojich výpočtoch pozičnú číselnú sústavu so základom 10.

Ak však nazrieme do vnútra nášho počítača, žiadne ozubené kolieska v ňom nezbadáme. Nie je to mechanické zariadenie, pri ktorom človek otáča kľuku alebo kolieska, nefunguje ani na paru – skladá sa z elektrických súčiastok a obvodov, a „poháňa“ ho **elektrická energia**.

Z fyziky vieme, že každá **elektrická súčiastka môže byť v dvoch stavoch**: „zapnutá“ a „vypnutá“ (teda prechádza ňou elektrický prúd alebo neprechádza). Tieto stavy môžeme vyjadriť aj ako „pravda“ (elektrický prúd ňou prechádza) a „nepravda“ (nie je pravda, že ňou elektrický prúd prechádza).

Aby sme s takouto reprezentáciou číselnej informácie vedeli pracovať aj my, ľudia, potrebujeme si ju predstaviť v číselnej podobe, nie ako postupnosť elektronických súčiastok, ktoré sú alebo nie sú „nabité“. Z matematickej logiky viete, že tieto dva stavy – pravda a nepravda – môžeme aj pomocou čísiel 1 a 0 (ak to žiaci ešte nevedia, „dohodneme sa“ na takomto zakódovaní uvedených dvoch možných stavov). To ale znamená, že k zápisu (zakódovaniu) akejkoľvek číselnej informácie v podobe vhodnej pre počítač si musíme vystačiť len s týmito dvoma ciframi. Nemôžeme teda pracovať s desiatkovou číselnou sústavou, pretože tá má desať čísiel. Akú inú číselnú sústavu teda zvoliť na kódovanie čísiel, s ktorými chceme počítať?

Kedže naša „hľadaná“ číselná sústava má dve cifry, tušíme, že by to mohla byť číselná sústava so základom 2 – **dvojková alebo aj binárna sústava**. Ako ale pomocou nej zapísať „naše“ čísla zapísané v desiatkovej sústave?

ROZPRACOVANIE (CCA 6 MIN)

Pri „objavovaní“ dvojkovej sústavy využijeme paralelu s desiatkovou sústavou, využijeme naše dlhoročné skúsenosti s ňou. Žiaci postupne riešia úlohy – skúšajú samostatne, ak si nevedia poradiť, pracujú vo dvojiciach. Ak je to potrebné, s riešením pomôže učiteľ.

Úloha 3 *Predstavme si sci-fi:*

Na Zemi pristála vesmírna loď a vystúpili z nej mierumilovní mimozemšťania. Ako prvé ste si všimli, že majú na každej ruke len jeden prst (dosť nepraktické, ale pre naše potreby vhodné). Správne ste dedukovali, že používajú binárnu číselnú sústavu.

Vďaka intergalaktickému prekladaču sa viete s návštevníkmi z inej planéty bez problémov dorozumieť. Problém však nastáva pri číselných informáciách. Na Vašu otázku „Koľko máte rokov?“ Vám prekladač preložil veliteľovu odpoveď ako „Mám jedna nula jedna nula jedna rok.“ Keď si túto informáciu prepíšete do číselnej podoby 100101 a uvedomíte si, že odpoveď je uvedená v binárnej číselnej sústave, určite dokáže zistiť, ako toto číslo previesť do desiatkovej sústavy.

Koľko rokov má veliteľ mimozemskej návštevy?

Riešenie:

To, že je číslo zapísané v binárnej (dvojkovej) číselnej sústave, si poznačíme tak, že ako dolný index tohto čísla zapíšeme číslo 2: 100101_2 , a následne využijeme dva fakty, ktoré sme spolu so žiakmi objavili pri desiatkovej číselnej sústave:

- Základom tejto sústavy je číslo 2, budeme teda pracovať s mocninami čísla 2 podobne, ako v desiatkovej číselnej sústave s číslom 10.
- Pozícia 0, resp. 1 sa vzťahuje k príslušnej mocnine čísla 2.

Rozpíšeme teda číslo $100101_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$.

Výčíslením tohto číselného výrazu s mocninami dostaneme číslo $32 + 4 + 1 = 37$. Môžeme teda zapísať, že $100101_2 = 37_{10}$. Veliteľ mimozemskej návštevy má 37 rokov.

Po vyriešení tejto úlohy vieme previesť číslo z binárnej sústavy do desiatkovej.

Opačný postup je podobný – snažíme sa naše „desiatkové“ číslo zapísať ako súčet mocnín čísla 2, pričom hľadáme čo najvyššie stupne mocniny so základom 2, a následne zapísať, ktorá mocnina sa v čísle nachádza (1) a ktorá nie (0). Je dôležité žiakom zdôrazňovať paralelu s desiatkovou číselnou sústavou – aj v nej má nula svoj význam, znamená, že sa daná mocnina desiatky v čísle nenachádza. Pri manipulácii s číselnou sústavou s iným ako desiatkovým základom zvyknú žiaci nulu „ignorovať“ – teda nezapísať ju.

Úloha 4 *Nadviažeme na dej predchádzajúcej úlohy:*

Veliteľ mimozemskej návštevy sa spýtal, aký je Váš vek. Chcete mu prejavíť úctu, a tak sa rozhodnete, že svoj vek prevediete do binárnej sústavy, aby ho nemusel prepočítavať on (a aby si uvedomil, že má dočinenia s inteligentnou civilizáciou). Ako zapíšete svoj vek v binárnej sústave?

Riešenie:

Predpokladajme, že žiaci majú 15 rokov (ak uvažujeme o žiakoch 1. ročníka SŠ). Poďme nájsť vhodné mocniny čísla 2 a „vyskladajme“ z nich číslo 15 (žiaci môžu mať zo začiatku problém používať mocniny čísla 2 – odporúčame ich napísať na tabuľu napr. po číslo 1024).

$$15_{10} = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1111_2$$

Úloha 5 *Pokračujme v sci-fi:*

Veliteľ mimozemskej návštevy nevie, čo si má o Vás myslieť – je pre neho človek Vášho veku (1111_2) rovnocenným partnerom k ďalšej diskusii? Položí Vám otázku, ktorá mu pomôže zorientovať sa: „Aký je priemerný vek obyvateľov Vašej krajiny?“ Skúste mu odpovedať, ak viete, že priemerný vek obyvateľa Slovenska je (približne) 40 rokov.

Riešenie:

Postupujeme ako v predchádzajúcej úlohe – ak je to potrebné, rozpíšeme aj „nulanásobky“ jednotlivých mocnín: $40_{10} = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 = 101000_2$

Žiakov upozorníme na to, že po celý čas prevádzame do binárneho kódu len prirodzené čísla. Záporné číslo je reprezentované tak, že sa pridá ešte jeden bit na reprezentáciu znamienka. A zo skúsenosti vieme, že počítač bez problémov pracuje aj s reálnymi číslami – bity naľavo od pomyslenej desatinnej čiarky reprezentujú celú časť čísla, bity napravo od pomyslenej desatinnej čiarky reprezentujú desatinnú časť čísla. Asi tušíte, že keďže je počet bitov obmedzený (schopnosti počítača sú limitované jeho technickými možnosťami, a jeho pamäť nie je nekonečná), nedokáže zobrazíť všetky

reálne čísla (ktorých je nekonečne veľa). Dôsledkom toho je fakt, že počítač nie je presný – je rýchly, no ráta len s istou presnosťou.

VYHODNOTENIE (CCA 4 MIN)

V záverečnej časti hodiny požiadame žiakov, aby vypracovali sebahodnotiaci test. Odporúčame žiakom vysvetliť a zdôrazniť, že cieľom je zistiť čo a ako si žiak z obsahu hodiny zapamätal a nie klasifikácia známku. Pre učiteľa a žiaka zvlášť, je cenná pravdivá informácia o úrovni osvojených poznatkov než umelo vylepšená. Odporúčame žiakom poskytnúť spätnú väzbu ohľadom správnosti odpovedí. Problematické odpovede môžeme so žiakmi prediskutovať, najlepšie na konci vyučovacej hodiny.

Sebahodnotiaci test

1.	Ktoré z uvedených čísel nemôže byť zapísané pomocou číselnej sústavy so základom 4? a) 123 b) 45 c) 303 d) 31023
2.	Kamil tvrdí, že vie jednoduchým spôsobom zistiť, či je číslo zapísané v binárnej sústave párna alebo nepárne: „Ak číslo končí cifrou 1, číslo je nepárne, inak je párne.“ Má Kamil pravdu? a) áno b) nie c) neviem d) nie vždy
3.	Ktoré z nasledujúcich prevodov sú správne? a) $101_2 = 5_{10}$ b) $11_{10} = 1001_2$ c) $16_{10} = 10000_2$ d) $16_{10} = 1000_2$

Odporúčame, aby učiteľ uviedol správne odpovede a na záver zhrnul nové poznatky v zmysle:

- Prvé mechanické kalkulačky spracovávali čísla v desiatkovej sústave.
- Aby sme porozumeli princípu, na akom pracujú súčasné počítače, naučili sme sa používať dvojkovú pozičnú číselnú sústavu. Táto sústava používa dve cifry: 0 a 1.
- Pomocou dvojkovej pozičnej číselnej sústavy vieme zapísať čísla v podobnom tvare, v akom ich kóduje počítač (súčiastkou preteká elektrický prúd = 1, súčiastkou nepreteká elektrický prúd = 0).
- Pri prevode čísla zapísaného v binárnej sústave do dekadickéj využívame to, že je to sústava so základom 2 a že je pozičná (pozícia cifry 0 alebo 1 hovorí o tom, či sa daná mocnina so základom 2 nachádza alebo nenachádza, napr.:

$$1101012 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 53_{10}$$

- Pri prevode čísla zapísaného v dekadickéj sústave do binárnej sme si ukázali postup, pri ktorom rozložíme dané číslo na súčet mocnín čísla 2 s čo najvyšším exponentom, napr.:

$$\begin{aligned} 345_{10} &= 1 \cdot 256 + 89 = 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 64 + 25 = 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 16 + 9 = 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 8 + 1 = \\ &= 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0 = 101011001_2 \end{aligned}$$